

هيئة التعليم التقني  
المعهد التقني نينوى  
قسم المحاسبة

## الحقيبة الدراسية

لمادة الاحصاء

اعداد

مدرس المادة / وفاء يونس حمودي

للعام الدراسي ٢٠١٠ - ٢٠١١

## جدول مفردات مادة الاحصاء

الاسبوع	المفردات
١	علم الاحصاء ،تعريفه ،أهميته ،علاقته بالعلوم الاخرى ، تعريف الطريقة الاحصائية
٢ ، ٣	تصنيف وتبويب البيانات ، تكوين الجداول التكرارية البسيطة والمزدوجة
٤ ، ٥	العرض البياني للبيانات المبوبة ، المدرج التكراري ،المضلع التكراري ،المنحنى التكراري ، المنحنى التكراري للمتجمع الصاعد والمتجمع النازل
٦	مقاييس النزعة المركزية ، مفهومها واستخداماتها ، الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة
٧ ، ٨	الوسيط ،طرق حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة حسابيا وبيانيا ، المنوال ،مفهومه ،حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة (طريقة بيرسون حسابيا وبيانيا)
٩	مقاييس التشتت مفهومها واستخدامها ،المدى للبيانات المبوبة وغير المبوبة ، الانحراف الربيعي للبيانات غير المبوبة
١٠	الانحراف الربيعي للبيانات المبوبة حسابيا وبيانيا
١١ ، ١٢	الانحراف المعياري ،مفهومه واهميته ،طرق حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة(الطريقة المطولة ،الطريقة المختصرة)
١٣ ، ١٤	الارتباط البسيط ،مفهومه ،طرق حسابه للبيانات غير المبوبة (الطريقة المطولة والطريقة المختصرة)
١٥ ، ١٦	ارتباط الرتب (سبيرمان وسبيرمان المعدل)
١٧	ارتباط البيانات المبوبة (للصفات)
١٨	معامل الاقتران
١٩	معامل التوافق
٢٠	السلاسل الزمنية ،مفهومها واستخدامها
٢١ ، ٢٢	طرق ايجاد خط الاتجاه العام (طريقة متوسط نصفي السلسلة، طريقة المتوسطات المتحركة ،طريقة المربعات الصغرى)
٢٣	الارقام القياسية ،مفهومها واستخدامها
٢٤	الارقام القياسية البسيطة
٢٥ ، ٢٦	حساب الارقام القياسية المرجحة ، رقم لاسبير ،رقم باش ،رقم فيشر (الامتثل)
٢٧ ، ٢٨	بعض المواضيع التطبيقية
٢٩ ، ٣٠	

## الفئة المستهدفة :

طلبة المرحلة الاولى /قسم المحاسبة في المعاهد التقنية في هيئة التعليم التقني

## المقدمة :

الحمد لله والصلاة والسلام على رسوله الكريم محمد صلى الله عليه وعلى اله وصحبه وسلم .  
لقد اصبح لعلم الاحصاء أهمية بالغة في هذا العصر كوسيلة واداة للطريقة العلمية في البحوث في جميع مجالات العلوم المختلفة . ويعتبر علم الاحصاء من العلوم التي نمت وتطورت في القرن الحالي واصبح علما راسخا له اسسه وقواعده .  
لقد بني اعداد هذه الحقيبة على منهاج مفردات مادة الاحصاء المقررة من قبل هيئة التعليم التقني للمعاهد التقنية لطلبة المرحلة الاولى لقسم المحاسبة.

والغرض من اعداد هذه الحقيبة لتكون مرجعا للطلاب الذي يحتاج الى استعمال الطرق الاحصائية في تحليل البيانات التي يجمعها عند اجراء البحوث . فقد اشتملت على عن طبيعة علم الاحصاء والتعريف به وطرق اخذ العينات وطرق عرض البيانات الاحصائية ووضعها كبيانات اولية او مجمعة ثم عرضها بالطرق البيانية ،كما تناولت مقاييس النزعة المركزية والتشتت وطرق حسابها وشرحها وذلك لأهميتها ،بالإضافة الى ذلك تناولت دراسة الارتباط البسيط وتعريف معامل الارتباط ومعامل ارتباط الرتب (سييرمان وسييرمان المعدل ) ومعامل الاقتتران ومعامل التوافق ، كما تناولت ايضا موضوع السلاسل الزمنية مفهومها واستخدامها وموضوع الارقام القياسية البسيطة والمرجحة وأخيرا تم التطرق الى تعريف الطالب بأهم المواضيع التطبيقية في مجالات علم الاحصاء . هذا وقد اشتملت الحقيبة على تقديم مثال او اكثر (محلول) للطلاب حول كل موضوع ،وبعد شرح الموضوع للطلاب والمثال المحلول فان هناك سؤال واجب للطلاب لغرض تدريبه عليه .

## الهدف من دراسة مادة الاحصاء :

تهدف دراسة مادة الاحصاء الى :

- (١) تعريف الطالب بطبيعة علم الاحصاء وأهميته ومجالات استخدامه .
- (٢) تعريف الطالب بأساليب جمع البيانات وطرق اخذ العينات ومن ثم طرق عرضها بالطرق البيانية.

- ٣) تعريف الطالب باتباع الاساليب الاحصائية لغرض الوصول الى النتائج الدقيقة بأقصر طريقة وأقل كلفة .
- ٤) للإحصاء دور مهم واساسي في التخطيط للمشاريع سواء اكانت مشاريع فردية ام مشاريع تخص المجتمع كله .
- ٥) استخدام الاساليب الاحصائية تساعد الطالب مستقبلا على اتخاذ قراراته سواء اكانت قرارات تجارية خاصة بالشراء وبيع المنتجات او تحديد اجور عمال .ام كانت قرارات صناعية او زراعية وغيرها .
- ٦) توضيح للطالب كيف ان الاحصاء تغير من صورته القديمة الموجودة في اذهان الناس على انه علم العد وجمع البيانات وعرضها الى اعتباره الان علم يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتحليلها وعرضها لاستخلاص النتائج واتخاذ القرار المناسب على ضوء ذلك .

علم الاحصاء ، تعريفه ، اهميته ، وعلاقته بالعلوم الاخرى ، تعريف الطريقة الاحصائية ،مراجعة الطريقة الاحصائية .

### طبيعة علم الاحصاء. Nature Of Statistics

كلمة (الاحصاء) في الماضي كانت تهدف الى العد والحصر حتى سمي الاحصاء بعلم العد (The Science of counting)

اما الاحصاء الآن فقد تطور كثيرا وخاصة في القرن العشرين واصبح علما مستقلا له اهميته كوسيلة واداة في البحث العلمي لجميع العلوم .

### تعريف علم الحصاء :-

هناك تعاريف عديدة للإحصاء اختلفت وتباينت من حيث المضمون والشمول باختلاف مراحل تطوير هذا العلم والفوائد المتوخاة منه .

فقد عرف بأنه الطريقة العلمية التي تختص بجمع البيانات والحقائق بشكل يسهل عملية تحليلها وتفسيرها ومن ثم استخلاص النتائج واتخاذ القرار على ضوء ذلك

وهناك من عرفه بأنه العلم الذي يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول منها الى استنتاجات وقرارات مناسبة.

ويمكن تقسيم علم الاحصاء الى قسمين هما :

١ - **الاحصاء الوصفي Descriptive statistics** :- ويتضمن الطرق الاحصائية المستخدمة في جمع البيانات والمعلومات عن ظاهرة معينة او مجموعة ظواهر وكيفية تنظيم وتصنيف وتبويب هذه البيانات مع امكانية عرضها في جداول ورسوم بيانية وحساب بعض المؤشرات الاحصائية.

٢ - **الاحصاء الاستنتاجي او الاستدلالي Statistical inference** :- هو الشطر الاخر من علم الاحصاء الذي يهتم بموضوع التقديرات واختيار الفرضيات

### اهمية علم الاحصاء وعلاقته بالعلوم الاخرى ومجالات تطبيقه

يعتبر علم الاحصاء احد الوسائل المهمة في البحث العلمي من خلال استخدام قواعده وقوانينه وطرقه في جمع المعلومات والبيانات اللازمة للبحث العلمي وتحليل هذه البيانات والمعلومات بهدف الوصول الى النتائج التي يهدف اليها البحث العلمي . وللاحصاء دورا بارزا في التخطيط ووضع الخطط المستقبلية عن طريق التنبؤ بالنتائج ففي قصة سيدنا يوسف عليه السلام مثال عظيم لدور الاحصاء في التخطيط فيبين ان هناك سنوات عجاف يقل فيها المحصول وسنوات سمان يزيد فيها المحصول ويبين انه يجب الاحتفاظ لسني القحط بادخار جزء من انتاج سني

الرخاء . وفي مجال **الاقتصاد والاجتماع** يبرز دور الاحصاء في بحوث السكان متمثلا في تعدادات السكان فالتخطيط السليم لتنمية اقتصادية واجتماعية لاينفصل ولايمكن ان يتم بدون الدراسات الاحصائية للسكان ، فكيف نقرر اقامة مصانع ونحن لانعرف حجم قوة العمل المتوافرة والتي ستتوفر خلال فترة مقبلة وعلى اي اساس نقيم سياسة للاسكان ونحن لانعرف حجم قوة العمل المتوافرة والتي ستتوفر خلال فترة مقبلة وعلى اي اساس نقيم سياسة للسكان ونحن لانعرف معدلات الزواج والطلاق ..... وهكذا وفي مجال **الزراعة** يأتي دور الاحصاء في ان العلوم الزراعية تبدأ بالملاحظة وجمع بيانات عن الطبيعة في الحقل او المزرعة ثم يلي ذلك الدراسات العملية ويفيد الاحصاء في تنظيم وترتيب عملية الملاحظة والمشاهدة وجمع البيانات وتحليلها واستخلاص النتائج ولايمكن ان يكون ذلك بغير دراسة كاملة باساليب الاحصاء. وللاحصاء ايضا اهمية في مجال **الصناعة** من خلال استخدام النظرية الاحصائية في الانتاج الحربي وفي مجالات صناعات الفحم والحديد والغزل والمواد الكهربائية كما ان للاحصاء دور فعال في مجال **الطب والصحة العامة** في معرفة عدد المواليد وعدد الوفيات حيث تعتبر مؤشرات للمستوى الصحي العام ومؤشر لمدى تقدم البلد او تخلفه واصبح للاحصاء أهمية كبرى في دراسة وتحليل العلاقات بين الامراض المختلفة وطرق العلاج واستخدام نظريات العروض الاحصائية اصبح الاساس في عمل شركات انتاج العقاقير والادوية . وعليه فإن الاحصاء بحد ذاته وسيلة وليس غاية فذاك يعني امكانية استخدامه اينما وجد في البحث العلمي.

### **الطريقة الاحصائية في البحث العلمي .**

استخدام الاسلوب الاحصائي في البحث العلمي يعني توفير البيانات والمعلومات عن الظاهرة المطلوب دراستها في ذلك البحث وهذا يعني ان امكانية تطبيق الطريقة الاحصائية مرهونا بإمكانية التعبير عن هذه الظاهرة أو تلك تعبيراً كمياً ( رقمية ) . وتمتاز الطريقة الاحصائية بكونها تهئ أسلوباً موضوعياً محايداً للبحث له قواعد و اصوله التي يجب أن يلتزم بها الباحث حتى يتجنب التحيز الشخصي والوقوع في بعض الاخطاء . كما يساعد استخدام الطريقة الإحصائية الى وصول الباحث الى النتائج الدقيقة بأقصر طريق وأقل كلفة .

### **المراحل الرئيسية للطريقة الاحصائية**

- ١ - تحديد مشكلة البحث
- ٢ - جمع البيانات والمعلومات
- ٣ - تصنيف البيانات وتبويبها
- ٤ - عرض البيانات
- ٥ - حساب المؤشرات أو المعالم للبيانات
- ٦ - التفسير والتنبؤ

## تصنيف وتبويب البيانات ، تكوين الجداول التكرارية البسيطة والمزدوجة

### طبيعة البيانات الاحصائية

عند جمع البيانات حول ظاهرة ما نرسم للظاهرة بالرمز  $y$  او  $x$  او اي رمز اخر وكل مفردة او مشاهدة ترمز لها  $y_i$  او  $x_i$  فمثلا عند دراسة اطوال الطلبة لاحدى الجامعات فأنا نرسم لصفة الطول ( الظاهرة )  $y$  ولطول اي طالب ( المفردة ) بالرمز  $y_i$ . هذا وان قيمة  $y_i$  قد تختلف من طالب الى اخر لهذا نقول ان  $y$  متغير  $variables$  وعليه فان المتغير : هو اي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها ويرمز له بالرمز  $y$  او اي رمز اخر . وتنقسم المتغيرات الى قسمين :-

١ - **متغيرات وصفية او نوعية** :- هي الظواهر او الصفات التي لا يمكن قياسها مباشرة بالأرقام العددية مثل صفة لون العين ( ازرق ، اسود ، بني ) او الحالة الاجتماعية ( غني ، متوسط الحال ، فقير ) او الجنس ( ذكر ، انثى ).....الخ

٢ - **متغيرات كمية** :- هي الظواهر او الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بأرقام عددية مثل صفة الطول ، الوزن ، العمر ، كمية المحصول . وتنقسم المتغيرات الكمية الى قسمين هما :-

أ - **متغيرات متصلة ( مستمرة )** : المتغير المستمر هو المتغير الذي تأخذ المشاهدة او المفردة فيه اية قيمة رقمية في مدى معين ، فلو فرضنا ان اطوال طلبة جامعة ما تتراوح بين ١٣٠,٥ سم و ١٧٠ سم اي ان المتغير  $y$  يمكن ان يأخذ اي قيمة بين ١٣٠,٥ و ١٧٠ سم ومثال ذلك الوزن وكمية المحصول ودرجات الحرارة ، وبصورة عامة كل البيانات التي تقاس تعتبر بيانات لمتغير مستمر (تأخذ القيم عدد صحيح او كسر) .

ب - **متغيرات غير مستمرة ( منفصلة )** : تأخذ المشاهدة او المفردة فيها قيما متباعدة او منقطعة مثال ذلك عدد الثمار او عدد الوحدات الانتاجية او عدد الطلبة في الصفوف الاولى لجامعة ما ، فهي في الغالب تكون اعداد صحيحة . وبصورة عامة كل البيانات التي نحصل عليها من العد تعتبر بيانات لمتغير منفصل .

### المجتمع والعينة :

**المجتمع** :- عبارة عن جميع القيم او المفردات التي يمكن ان يأخذها المتغير ، فلو كانت دراستنا حول اطوال طلبة جامعة ما فان المجتمع في هذه الحالة هو اطوال جميع الطلبة في تلك الجامعة . والمجتمع اما ان يكون مجتمعا محدودا اي ممكن حصر عدد مفرداته . او يكون مجتمعا غير محدودا وهو المجتمع الذي من الصعب حصر عدد مفرداته مثل مجتمع نوع سمك معين في نهر دجلة او عدد البكتريا في حقل ما .

اما **العينة** : فهي جزء من المجتمع . فالعينة عبارة عن مجموعة من المشاهدات اختيرت بطريقة ما من المجتمع ففي بعض الاحيان دراسة المجتمع ككل قد يكون صعبا او يحتاج الى وقت وجهد ومال فيستعاض عن دراسة المجتمع بدراسة العينة وصفاتها ومنها يستنتج خواص المجتمع الاصلي الذي اخذت منه العينة .

### اسلوب تصميم البحوث

هناك اعتبارات كثيرة يتوقف عليها تصميم البحث وعلى الباحث ان يأخذ بنظر الاعتبار مسألة الحصول على البيانات والمعلومات بأقصر وقت وأقل جهد وأوطئ كلفة وعليه يجب مراعاة مايلي عند تصميم البحث

١ - **تحديد الغرض من البحث** : من الضروري ان يكون الهدف محددا بشكل واضح ودقيق معروفة اهدافه وواجه الاستفادة من نتائجه.

٢ - **امكانية التنفيذ العملي للبحث** : - من الضروري تحديد المتطلبات التي تلتزمها عملية تنفيذ البحث كالموارد المالية المطلوبة والامكانيات البشرية المتاحة في تحقيق بعض فقرات البحث وكذلك التأكد من مدى توفر البيانات والمعلومات الدقيقة عن مشكلة البحث.

٣ - **تحديد اطار البحث** : - من المهم ان يحدد الباحث نوع وطبيعة مجال البحث او المجتمع الاحصائي والمجتمع الاحصائي عبارة عن مجموعة وحدات او مفردات ذات صفة او صفات مشتركة فمثلا اذا كان البحث يتعلق باطوال طلبة جامعة بغداد فان المجتمع الاحصائي هو جميع الطلبة في جامعة بغداد والمفردة الطالب او الطالبة في هذا المجتمع. واذا كان البحث حول دخل العائلة الفلاحية في العراق فالمجتمع الاحصائي هو العوائل الفلاحية الساكنة في العراق والوحدة الاحصائية او المفردة هي العائلة الواحدة والمجتمع يكون اما مجتمع محدد وهو المجتمع الذي يمكن الوصول الى كل مفردة فيه مثل مجتمع جامعة بغداد او يكون مجتمع غير محدد مثل كريات الدم البيضاء في دم الانسان ومجتمع الاسماك في نهر دجلة.

**اسلوب جمع البيانات والمعلومات** : - للوصول الى البيانات والمعلومات هناك اسلوبان يمكن من خلالهما جمع هذه البيانات والمعلومات كل منهما له ميزاته وعيوبه وهذان الاسلوب هما : -

١ - **اسلوب التسجيل الشامل** : - هو جمع البيانات من جميع المفردات التي يتكون منها المجتمع مجال البحث ومثال ذلك التعداد العام للسكان من **مميزات** هذا الاسلوب يعطي بيانات كاملة حول الظواهر التي يتم البحث عنها اما **عيوبه** فان هذا الاسلوب يحتاج الى وقت وجهد ومال كما لايمكن استخدام هذا الاسلوب في المجتمعات غير المحددة.

٢ - **اسلوب العينات** : - هو اخذ وحدات من المجتمع الاحصائي تسمى العينة sample والغرض من اخذ العينة ان تكون بديلا عن المجتمع الاحصائي وعن طريق صفاتها يتمكن الباحث ان يصف خواص المجتمع بتعميم النتائج التي حصل عليها من دراسة العينة . تفضل هذه الطريقة عن طريقة التسجيل الشامل للأسباب الآتية :



١ - توفر المال والجهد والوقت اللازم لاجراء البحث

٢ - صعوبة اجراء التسجيل الشامل بسبب طبيعة المجتمع فقد يكون المجتمع غير محدد او كبير جدا. ومن عيوب هذا الاسلوب فان محاولة التعرف على خواص المجتمع عن طريق دراسة جزء منه ينطوي عليه التضحية في دقة النتائج التي تستخرجها .

وتنقسم العينات الى قسمين رئيسيين هما

### العينات العشوائية والعينات الغير عشوائية

١ - العينات العشوائية : هي مجموعة المفردات المختارة من مجتمع الدراسة وليس للباحث دخل في اختيارها . وللعينات العشوائية انواع عديدة منها

أ - العينة العشوائية البسيطة : - هي اختيار عينة عشوائية من مجتمع الدراسة بطريقة تعطي المفردات نفس الفرصة في الظهور . ويشترط هنا ان يكون المجتمع متجانس ( مشترك في الصفات ) فمثلا دراسة اسباب التدخين لدى الاناث نلاحظ ان المجتمع متجانس حيث ان كافة مفردات هذا المجتمع هم من الاناث والصفة المشتركة هي التدخين.

ب - العينة الطبقية العشوائية : - يتم اختيار العينة عندما يكون المجتمع غير متجانس ، يقسم المجتمع الى طبقات كل طبقة تعتبر مجتمع متجانس ومن كل مجتمع يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة يتناسب حجمها مع حجم الطبقة ثم تجمع هذه العينات ونحصل على الطبقة العشوائية.

مثلا لو كنا بصدد دراسة للمستوى العلمي لاحدى طلبة المعهد التقني نينوى هذا المجتمع غير متجانس من حيث التخصص العلمي فهناك اختصاص ادارة قانونية واختصاص محاسبة واختصاص تقنيات مالية ومصرفية واختصاص سياحة وهكذا.

ج - العينة المتعددة المراحل : يتم تقسيم المجتمع الى وحدات اولية ثم يتم اختيار عينة عشوائية من هذه الوحدة الاولى ثم تقسم كل وحدة من الوحدات الاولى الى وحدات ثانوية ثم تؤخذ عينة كمرحلة ثانية ثم تقسم الى وحدات اصغر ونأخذ عينة منها الى ان نصل الى المفردة التي يتم جمع البيانات منها والتي تؤلف عينة البحث

٢- العينات غير العشوائية : - يقصد بها مجموعة من المفردات المختارة من مجتمع الدراسة بطريقة يكون للباحث دخل في اختيارها ومن هذه العينات .

أ - المعاينة الحصصية : تقسيم مجتمع الدراسة الى طبقات استنادا الى معايير تقسيم معينة تتعلق بطبيعة الدراسة ثم يتم اختيار عدد من المفردات من كل طبقة بشكل شخصي ( غير عشوائي ) بحيث ان عدد مفردات هذه العينات يشكل حجم العينة المطلوبة لتلك الدراسة . فلو كنا بصدد استطلاع راي الجمهور ببرامج التلفزيون فانه يمكن تقسيم مجتمع الدراسة الى ذكور واناث ثم يتم اختيار عينة من الذكور واخرى من الاناث تتناسب كل منهما مع عدد الذكور وعدد الاناث في مجتمع هذا الاستطلاع ومجموع مفردات هاتين العينتين تؤلفان حجم العينة المطلوب للاستطلاع .

ب - **المعاينة العمدية** : اختيار العينة بشكل متعمد يعتقد الباحث مسبقا بان مفردات هذه العينة هي خير من يمثل مجتمع الدراسة .

### **مصادر جمع البيانات :**

يتم الحصول على البيانات و المعلومات من احد المصدرين الاتيين :

١ - **المصادر التاريخية** : هي البيانات المحفوظة لدى اجهزة الدولة المختلفة نتيجة الاستقصاءات او مسوحات قامت بها هذه الجهات لاغراض خاصة بها او تجمعت لديها بحكم وظائفها . مثال ذلك البيانات المتجمعة عن تعدادات السكان ،احصاءات الطلبة المتخرجين من الجامعات او احصاءات التجارة الداخلية والخارجية .

٢- **مصادر الميدان** : بيانات ومعلومات يمكن الحصول عليها من مصادر لها الاصلية بطريقة المراسلات (بالبريد) أو المواجهة (المقابلة الشخصية ) أو عن طريق الهاتف أو اي وسيلة اتصال أخرى.

### **تصنيف وتبويب البيانات**

لاحظنا ان عملية جمع البيانات تتم من خلال المصادر التاريخية او الميدانية باستخدام اسلوب التسجيل الشامل او اسلوب العينات حسب ما تتطلبه الدراسة ، ان البيانات المستحصل عليها بخصوص الظاهرة المعنية تسمى البيانات الاولية او البيانات غير المصنفة ،ان البيانات بشكلها الاولي تكون غير منظمة مما يتعذر على الباحث تكوين فكرة عن هذه الظاهرة او تلك التي جمعت البيانات ، كذلك يتعذر الاعتماد عليها بشكلها الغير المنظم لاغراض التحليل الاحصائي للوصول الى النتائج المطلوبة ، لذلك ان اولى الخطوات الهامة بعد عملية جمع البيانات هي عملية تصنيف وتبويب البيانات .

١- **مراجعة البيانات** : بعد اتمام عملية جمع البيانات وفق الوسيلة المناسبة لذلك البحث يتوجب الامر مراجعة وتدقيق البيانات لغرض التأكد من مطابقتها وتكاملها لمتطلبات الدراسة.

٢- **تصنيف البيانات**: بعد التأكد من دقة البيانات التي تم الحصول عليها يتم عملية تصنيف البيانات على اساس الظواهر التي جمعت منها البيانات حيث يتم فرز بيانات كل ظاهرة على هيئة مجموعة فقد يكون التصنيف على ظاهرة العمر، الوزن، المهنة، الطول، الجنس

٣- **تبويب البيانات** : بعد اتمام عملية تصنيف البيانات تبدأ عملية التبويب ، ويقصد بالتبويب عملية تفريغ البيانات المصنفة في جداول خاصة بحيث ان كل جزء من البيانات المصنفة عن الظاهرة المعنية يعود الى مستوى معين لتلك الظاهرة ، الهدف من عملية التبويب هو ابراز البيانات وتوضيحها في أضيق حيز ممكن كي يتمكن الباحث من تكوين فكرة عنها ويختلف اسلوب تبويب البيانات تبعا لطبيعتها . وفيما يلي عرض موجز لكل شكل من هذه الاشكال

أ- **التبويب الزمني** : عبارة عن تجميع البيانات المصنفة وترتيبها في جداول على اساس ان كل مجموعة منها تعود لوحدة زمنية كاليوم ، الاسبوع ، الشهر ، السنة . والجدول التالي يوضح عدد الطلبة الخرجين لعدد من السنوات

السنوات	عدد الخريجين
2000	150
2001	180
2002	200
2003	250
مجموع	780

ب - التَّبْيِيب الجغرافي : - تقسيم البيانات الى مجموعات كل منها خاص بوحدة جغرافية معينة او تقسيم اداري معين كالنواحي والاقضية والمحافظات والبلدان، القارات ، عدد الطلبة الخريجين حسب الجامعات العراقية .

اسم الجامعة	العدد
جامعة بغداد	2500
جامعة الموصل	2000
جامعة البصرة	2200
جامعة تكريت	1800
المجموع	8500

ج - التَّبْيِيب الكمي : تقسيم البيانات الى مجموعات خاصة بوحدة معينة كوحدة الوزن والطول ، المساحة ، الحجم ..... الخ

الجدول التالي يوضح توزيع الاجور اليومية لعمال احد المصانع

الاجرة اليومية بالدينار	عدد العمال
اقل من 3000 دينار	185
اقل من 3500	95
اقل من 5000	70
من 5000 فاكثُر	20
مجموع	370

د- التنبؤ على أساس صفة معينة : - تجميع البيانات وترتيبها في جداول على مجموعة منها يشترك بصفة معينة كالجنس ، الحالة الاجتماعية ، عنوان الوظيفة والجدول التالي يوضح عدد الطلبة حسب الجنس.

الجنس	العدد
ذكور	123
إناث	77
مجموع	200

### التوزيع التكراري Frequency Distribution

عبارة عن تلخيص وترتيب البيانات التي سبق ان جمعت وصنفت مقسمة الى عدد من المجاميع كل منها تسمى الفئة (class) هذه الفئات قد تكون مرتبة تصاعديا او تنازليا حسب طبيعة البيانات ويسمى توزيع عدد قيم  $x$  حسب الفئات بالتوزيع التكراري . وقد تكون فئات التوزيع التكراري متساوية في الطول ام غير متساوية وذلك يعتمد على طبيعة الدراسة ومتطلباتها. وفيما يلي توضيح لبعض المصطلحات

**البيانات غير المبوبة :** هي البيانات الاولية التي جمعت ولم تبوب في جدول توزيع تكراري .

**البيانات المبوبة :** هي البيانات التي جمعت وبوبت ونظمت في جدول توزيع تكراري .

**التوزيع التكراري :** تقسيم البيانات او القيم الخاصة بظاهرة من الظواهر الاحصائية الى اصناف او فئات يطلق عليها بالتوزيع التكراري.

**الفئة :** هي المجاميع التي قسمت اليها قيم المتغير ، وكل فئة لها حدان ، حد ادنى ، وحد اعلى . طول الفئة : هو مقدار المدى بين حدي الفئة .

**المدى :** هو الفرق بين اكبر قيمة واصغر قيمة + ١

**مركز الفئة :** هي القيمة الواقعة عند منتصف الفئة .

**تكرار الفئة :** عدد المفردات او القيم التي تقع في مدى تلك الفئة ويرمز له بـ  $f_i$  هذا وان مجموع التكرارات يجب ان يكون دائما مساوي للعدد الكلي لقيم الظاهرة .

طول الفئة يرمز له بـ  $L$  ويستخرج طول الفئة باستخدام احد القوانين الاتية :

$$L = x_L - x_S + 1 \text{ حيث ان}$$

طول الفئة :  $L$

الحد الاعلى للفئة :  $x_L$

الحد الادنى للفئة :  $x_S$

المدى

او طول الفئة = \_\_\_\_\_

عدد الفئات

او طول الفئة = الفرق بين الحدين الادنى (او الحدين الاعلى ) لفئتين متتاليتين

او طول الفئة : الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

المدى : يرمز له T.R

حيث ان  $T.R = LX - XS + 1$

اكبر قيمة LX

اصغر قيمة XS

مركز الفئة يرمز له X

$L.L + U.L$

$X = \frac{L.L + U.L}{2}$

2

حيث ان : الحد الاعلى للفئة L.L

الحد الادنى للفئة U.L

عدد الفئات يرمز له بـ m هناك عدة طرق تقريبية لإيجاد عدد الفئات اهمها :

$m = 1 + 3.322 \log n$

او  $m = 2.5 \sqrt[4]{n}$

هناك نوعان رئيسيان من الجداول الاحصائية

١- **الجدول البسيط** : هو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفة واحدة ويتألف عادة

من عمودين . الاول يمثل تقسيمات صفة الظاهرة الى فئات او مجموعات والثاني يبين

عدد المفردات التابعة كل فئة او مجموعة

والجدول التالي يمثل عدد من الطلبة حسب اوزانهم

فئات الوزن	عدد الطلبة
60-62	5
63-65	15
66-68	45
69-71	27
72-74	8
المجموع	100

٢- الجدول المركب (المزدوج) : هو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين او ظاهرتين او اكثر في نفس الوقت ويتألف من :

الصفوف : تمثل فئات او مجاميع احدى الصفتين .

الاعمدة : تمثل فئات او مجاميع الصفة الاخرى.

والجدول التالي يبين توزيع عدد من الطلبة حسب صفتي الطول والوزن

الوزن \ الطول	51-60	61-70	71-80	المجموع
121-140	20	6	4	30
141-160	2	40	10	52
161-180	2	6	10	18
المجموع	24	52	24	100

مثال (١)

لو اردنا عمل توزيع تكراري للاعداد الاتية التي تمثل الوزن بالكيلو غرامات لعشرين طالبا في المعهد التقني نينوى

( 67,55,65.70,75,60,89,83,65,56,49,65,49,48,69,62,72,45,56,74,)

نتبع الخطوات التالية

١- نبحث عن اكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة وعي ( 45-89) وذلك للتوصل الى

المدى الكلي

٢- نجد عدد الفئات

٣- نجد طول الفئة

٤- نكتب حدود الفئات ونستخرج عدد التكرارات لكل فئة

المدى الكلي = اكبر قيمة - اقل قيمة + ١

$$T.R = LX - XS + 1$$

$$= 89 - 45 + 1$$

$$= 45$$

عدد افئات =

$$M = 1 + 3.322 \log^n$$

$$= 1 + 3.322 \log 20$$

5.32 نقر بها الى 5

او نستخدم  $m = 2.5 \sqrt[4]{n}$

$$M = 2.5 * 2.114$$

$$= 5.28 \text{ وبالتقريب } 5$$

طول الفئة

$$T.R$$

$$L = \frac{T.R}{M}$$

$$M$$

$$45$$

$$L = \frac{45}{5}$$

$$5$$

$$= 9$$

كتابة حدود الفئات واستخراج عدد التكرارات لكل فئة

class	fi	fi
40-49		4
50-59		3
60-69		7
70-79		4
80-89		2
Total	20	20

**ملاحظة :** هناك عدة طرق لكتابة حدود الفئات :

- ١- اما ان تكون الاعداد لمتغيرات منفصلة كما في المثال السابق
- ٢- او تكون الاعداد لمتغيرات متصلة وهو الذي يمثل بعدد صحيح او كسر مثل الاوزان والاطوال وتكتب الفئات كالآتي :

من 40 الى اقل من 50

من 50 الى اقل من 60

من 60 الى اقل من 70

وللاختصار تكتب بالصيغة الآتية :

40-

50-

60-

70 -

تمتاز هذه الطريقة بالوضوح وتستخدم غالبا لاعداد التي تمثل متغيرات متصلة

٣- وقد تكتب الفئات حسب الصيغة التالية :

اكبر من 40 واقل من 50

اكبر من 50 واقل من 60

اكبر من 60 واقل من 70

وللاختصار تكتب



40-

50-

60-

70-

قد يكون التوزيع في الجدول التكراري البسيط توزيعاً منتظماً كما في المثال السابق وذلك لتساوي طول الفئة ، او يكون التوزيع غير منتظم اذا كان طول الفئة غير متساوي ، او يكون الجدول مغلقاً اذا كان الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة معروف ، او يكون الجدول مفتوحاً في الحالات الآتية :

أ- يكون مفتوحاً من الطرف الأدنى فقط

ب- يكون مفتوحاً من الطرف الأعلى فقط

ت- يكون مفتوحاً من الطرفين (اذا كان الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة غير معلوم )

س واجب فرغ البيانات ادناه في جدول تكراري بسيط

48 , 38 , 51 , 45 , 56 , 39 , 50 , 71 , 65 , 34 , 51 , 66 , 27 , 73 , 69 , 34 , 43 ,  
34 , 53 , 54 , 71 , 91 , 44 , 53 , 36 , 49 , 56 , 45 , 64 , 59 , 41 , 58 , 76 , 52 ,  
57 , 69 , 81 , 46 , 34 , 41 , 62 , 49 , 43 , 55 , 79 , 66 , 87 , 81 , 70 , 67 , 55 ,  
53 , 84 , 52 , 56 , 44 , 51 , 65 , 76 , 52 , 54 , 33 , 95 , 54 , 61 , 52 , 95 , 40 ,  
57 , 35 , 53 , 60 , 55 , 64 , 42 , 69 , 57 , 47 , 53 , 52 , 61 , 36 , 61 , 54 , 57 ,  
80 , 46 , 61 , 54 , 94 , 55 , 85 , 73 , 60 , 27 , 44 , 67 , 65 , 62 , 32 , 54 ,

الجدول التكرارية المزدوجة

مثال : البيانات الآتية لظاهرتين x و y المطلوب تفرغها في جدول تكراري مزدوج

X 2 , 10 , 11 , 4 , 20 , 15 , 15 , 3

y 3 , 2 , 5 , 6 , 8 , 10 , 2 , 10

X 25 , 25 , 20 , 22 , 15 , 20 , 30 , 30 ,

y 2 , 6 , 5 , 9 , 15 , 12 , 3 , 9

X 35 , 30 , 35 , 31

Y 10 , 12 , 11 , 4

الحل : نستخرج معلومات لكل ظاهرة على حدى

المتغير X

المدى :  $T.R = LX - XS + 1$

$$= 35 - 2 + 1$$

$$= 34$$

عدد الفئات :  $m = 2.5^4 \sqrt{n}$

$$= 2.5^4 \sqrt{20}$$

$$= 2.5 * 2.114$$

$$= 5.28$$

وبالتقريب عدد الفئات = 5

طول الفئة :

$$\frac{T.R}{M} = \frac{34}{5}$$

$$L = \frac{34}{5} = 6.8$$

$$\frac{34}{5}$$

وبالتقريب = 7

المتغير Y

المدى :  $T.R = LX - XS + 1$

$$= 15 - 2 + 1 = 14$$

عدد الفئات :  $1 + 3.322 * \log 20$

$$= 1 + 3.322 * 1.3 = 5.31$$

وبالتقريب = 5

طول الفئة :

$$T.R \quad 14$$

$$L = \frac{T.R}{M} = \frac{14}{5} = 2.8 \quad \text{بالتقريب} = 3$$

$$M \quad 5$$

fX	fy	fiX	fi y
2-8	2-4	3	6
9-15	5-7	5	4
16-22	8-10	4	6
23-29	11-13	2	3
30-36	14-16	6	1
		20	20

بعد ذلك نضع المعلومات في جدول مزدوج وكالاتي :

X \ Y	2-8	9-15	16-22	23-29	30-36	TOTAL
2-4						6
5-7						4
8-10						6
11-13						3
14-16						1
TOTAL	3	5	4	2	6	20

### التوزيع التكراري المتجمع

التوزيع التكراري البسيط يعطينا عن عدد المفردات في كل فئة لكن في بعض الاحيان نرغب في معرفة عدد المفردات التي قيمتها أقل او أكثر من قيمة معينة في التوزيع التكراري . ويعرف التوزيع التكراري المتجمع :بانه التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عند قيمة معينة من قيم المتغير العشوائي .وهناك نوعان من الجداول التكرارية المتجمعة . ويرمز له ب

Fi

أ- **التوزيع التكراري المتجمع الصاعد** : وهو عبارة عن تجميع التكرارات من الفئة الاولى وانتهاء بالفئة الاخيرة منه ويتم حساب التكرارات المتجمعة على اساس الحدود العليا للفئات فلو رجعنا الى المثال رقم (١) فان جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد يكون كالآتي:

نجمع التكرارات من الفئة الدنيا الى الفئة العليا

المتجمع الصاعد F	الحدود العليا للفئات	التكرارات f <sub>i</sub>	الفئات
4	اقل من 49	4	40-49
7	اقل من 59	3	50-59
14	اقل من 69	7	60-69
18	اقل من 79	4	70-79
20	اقل من 89	2	80-89
		20	المجموع

ب- جدول التوزيع المتجمع النازل : عبارة عن تجميع التكرارات ابتداء من الفئات العليا وانتهاء بالفئات الدنيا ،بعبارة اخرى تناقص التكرارات ابتداء بالفئة الاولى في التوزيع وانتهاء بالفئة الاخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة النازلة على اساس الحدود الدنيا للفئات .

فلو رجعنا الى المثال رقم (١) فان التوزيع التكراري المتجمع النازل يكون كالآتي :

المتجمع النازل F	الحدود الدنيا للفئات	التكرارات f <sub>i</sub>	الفئات
20	40 فاكثـر	4	40-49
16	50 فاكثـر	3	50-59
13	60 فاكثـر	7	60-69
6	70 فاكثـر	4	70-79
2	80 فاكثـر	2	80-89
		20	المجموع

س واجب في تجربة لقياس السرعة الاتية للمركبات على طريق خارجي اعطيت اليك البيانات كما في الجدول الاتي : **المطلوب** عمل جدول توزيع متجمع صاعد و جدول توزيع متجمع نازل

الفئات	30-	40-	50-	60-	70-	80-	90-	100-	110-	120-	المجموع
	39	49	59	69	79	89	99	109	119	129	
التكرارات	3	6	24	64	50	29	14	6	3	1	200

## الاسبوع الرابع والخامس

### العرض البياني للبيانات المبوبة

المدرج التكراري ، المضلع التكراري ، المنحنى التكراري ، المنحنى التكراري للمتجمع الصاعد والمتجمع النازل

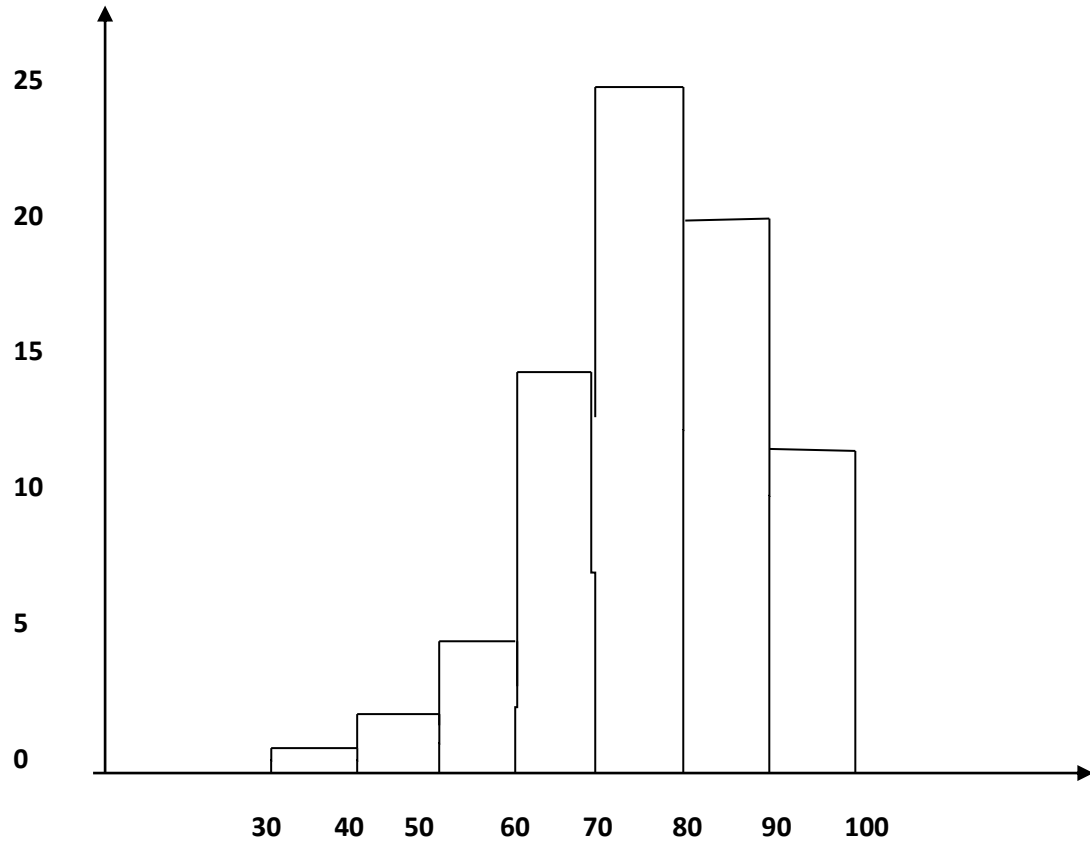
**العرض البياني للبيانات المبوبة :** العرض البياني للبيانات المبوبة :ان الرسوم والاشكال الهندسية ما هي التعبير وتوضيح للبيانات بطريقة جذابة وسهلة وفعالة تساعد القاريء على فهم واستيعاب الظاهرة ومقارنتها مع بعضها . ووسائل التمثيل البياني كثيرة ومتنوعة وسنكتفي بشرح العرض البياني للتوزيعات التكرارية فقط . وعادة نخصص المحور الافقي او الاحداثي السيني لتمثيل قيم او فئات المتغير بينما نخصص المحور العمودي او الاحداثي الصادي لتمثل تكرارات هذا المتغير ويجب دائما ان يبدأ تدريج المحور العمودي من الصفر اما تدريج المحور الافقي فقد لانبدأ بتدريجه من الصفر .ومن اشكال العرض البياني نذكر

#### ١ - المدرج التكراري

عبارة عن مستطيلات رأسية تمتد قواعدھا على المحور الافقي لتمثل اطوال الفئات بينما ارتفاعاتها تمثل تكرارات الفئات .ولرسم مدرج تكراري نتبع الخطوات الاتية

- ١- رسم المحور الافقي والمحور العمودي
  - ٢- تدريج المحور الافقي الى اقسام متساوية بحيث يشمل جميع حدود الفئات ويفضل ترك مسافة صغيرة بين نقطة الصفر والحد الادنى للفئة الاولى، ونقسم المحور العمودي الى اقسام متساوية بحيث تشمل اكبر التكرارات
  - ٣- يرسم على كل فئة مستطيلا رأسيا تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعه يمثل تكرارھا
- مثال (١) :الجدول الاتي يمثل توزيع تكراري لاطوال نباتات القطن /المطلوب : تمثيل التوزيع التكراري بمدرج تكراري

الفئات	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	المجموع
التكرارات	1	2	5	15	25	20	12	80



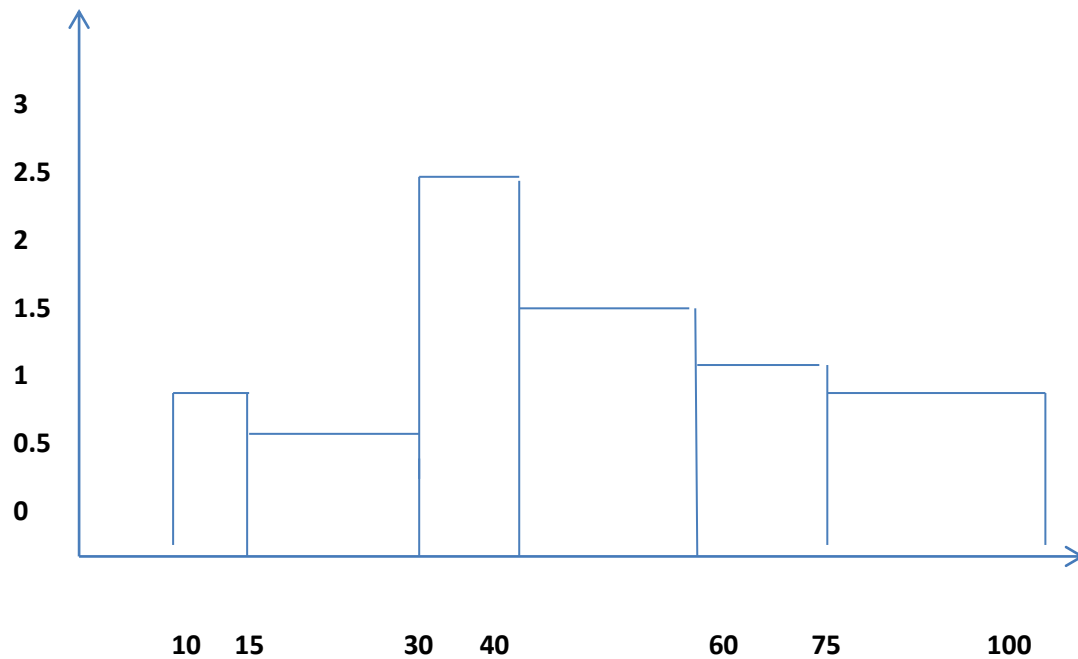
س واجب الاتي توزيع تكراري لأوزان عينة من طلبة احدى الكليات قوامها مئة طالب المطلوب  
رسم مدرج تكراري لهذا التوزيع

الفئات	46-53	53-60	60-67	67-74	74-81	81-88	88-95	95-102	المجموع
التكرارات	7	15	27	21	14	8	5	3	100

ملاحظة : اذا كانت الفئات غير متساوية عند رسم المدرج التكراري يتم استخراج التكرار  
المعدل حيث ان التكرار المعدل يساوي تكرار الفئة مقسوم على طول الفئة ويتم اعتماده في  
المحور العمودي والمثال التالي يوضح ذلك .

الفئات	التكرارات	طول الفئة	التكرار المعدل
10-14	5	5	1
15-29	9	15	0.6
30-39	25	10	2.5
40-59	30	20	1.5
60-74	15	15	1
75-100	20	25	0.8

التكرار المعدل :  $fi^* = fi/L$

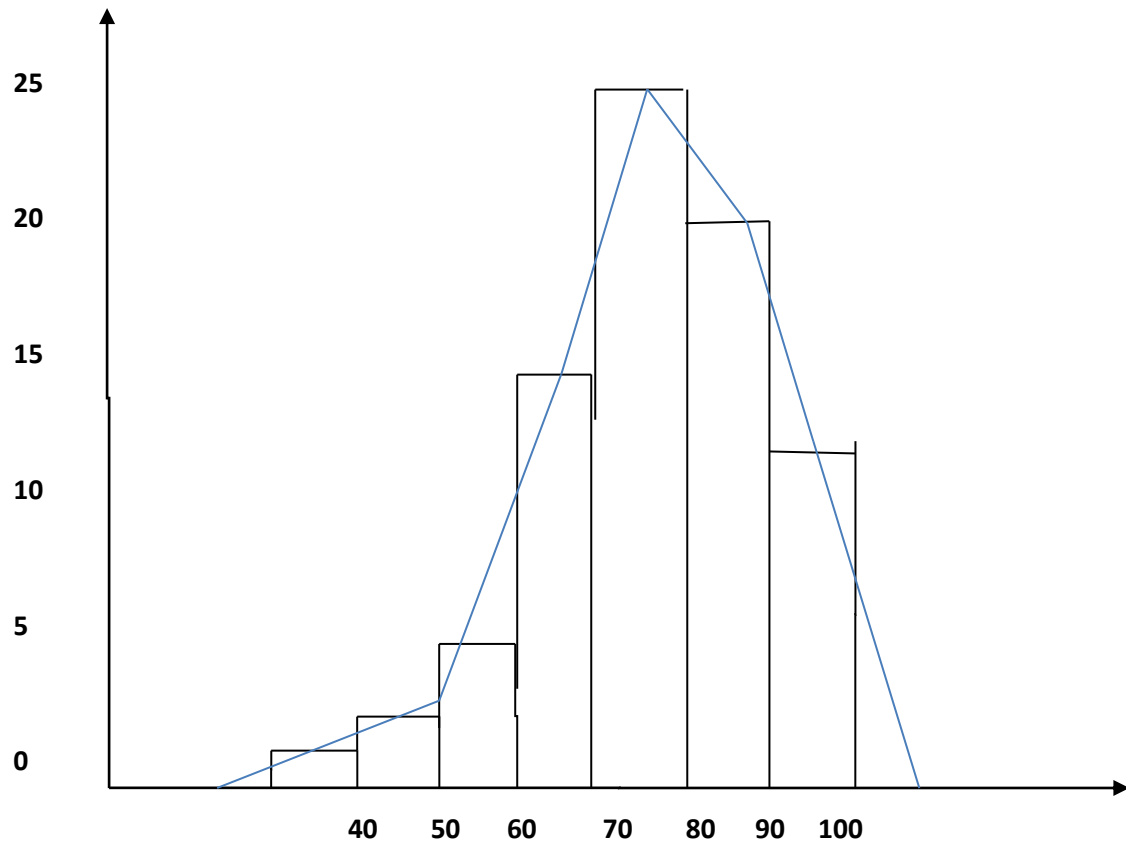


مدرج تكراري لاطوال فئات غير متساوية

### المضلع التكراري :

هو وسيلة اخرى لتمثيل التوزيع التكراري بيانيا ويمكن رسمه باحدى طريقتين اولهما : اذا كان المدرج التكراري معلوم . ويتم ذلك بتصنيف القواعد العليا لمستطيلات المدرج ثم نصل بين هذه النقط بمستقيمات ورسم فئة قبل الاولى تكرارها صفر وفئة بعد الاخيرة تكرارها صفر وتصنيف هاتين الفئتين وتوصيل بقية الخط نحصل على مايسمى بالمضلع التكراري فلو عدنا الى المثال السابق (١) فالمضلع التكراري يكون بالشكل التالي :

الفئات	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	المجموع
التكرارات	1	2	5	15	25	20	12	80



**الطريقة الثانية :** رسم المضلع التكراري على مراكز الفئات مباشرة دون ضرورة لرسم المدرج التكراري أولاً وعليه فإن المحور الأفقي يمثل مراكز الفئات والمحور العمودي يمثل التكرارات ثم نصل النقاط ببعضها البعض وعليه فإن خطوات رسم المضلع التكراري كما يأتي :

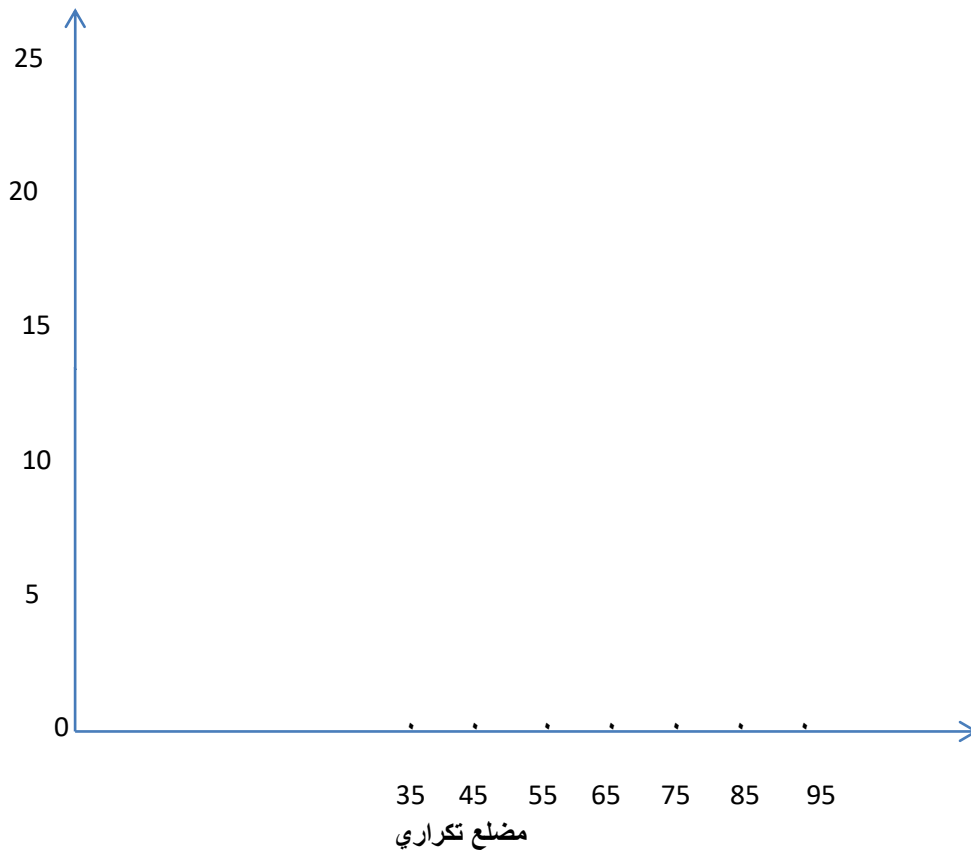
١- إيجاد مراكز الفئات على المحور الأفقي

٢- تحديد النقطة التي تقابل مركز كل فئة على المحور الرأسي

٣ - وصل مستقيماً بين النقاط التي حددناها ببعضها البعض

وعليه فإن المضلع التكراري يكون بالشكل التالي



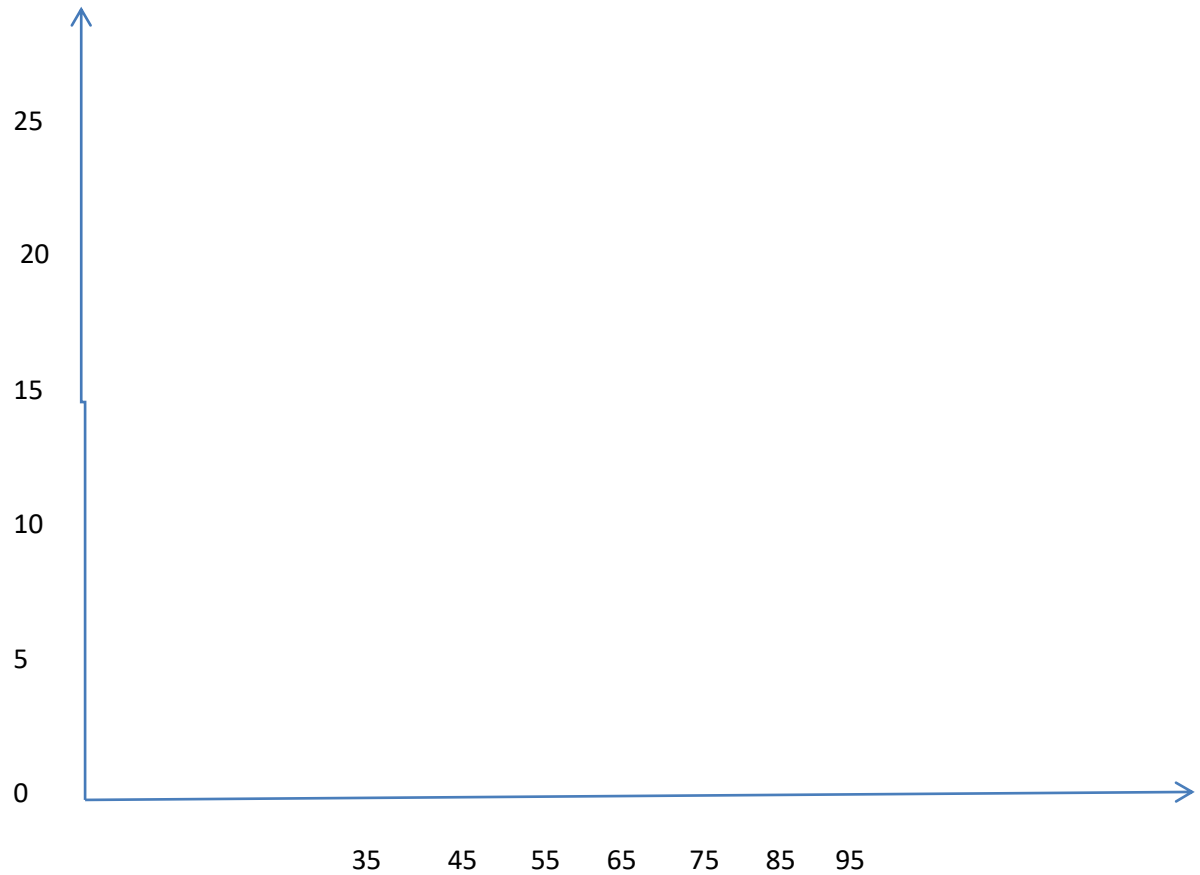


### المنحنى التكراري :

هو طريقة شائعة في الرسم البياني وهو عبارة عن منحنى يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرارات تلك الفئة

خطوات رسم المنحنى التكراري

- ١- نجد مراكز الفئات
- ٢- نرسم الاحداثيين الافقي ( الفئات ) والعمودي ( التكرارات ) ثم نعين النقاط فوق مراكز الفئات ونصل بينها بمنحنى مستمر
- ٣- ولرسم منحنى تكراري للمثال السابق (١) يكون كالآتي



### المنحنى التكراري المتجمع الصاعد:

لرسم هذا المنحنى نتبع الخطوات الآتية :

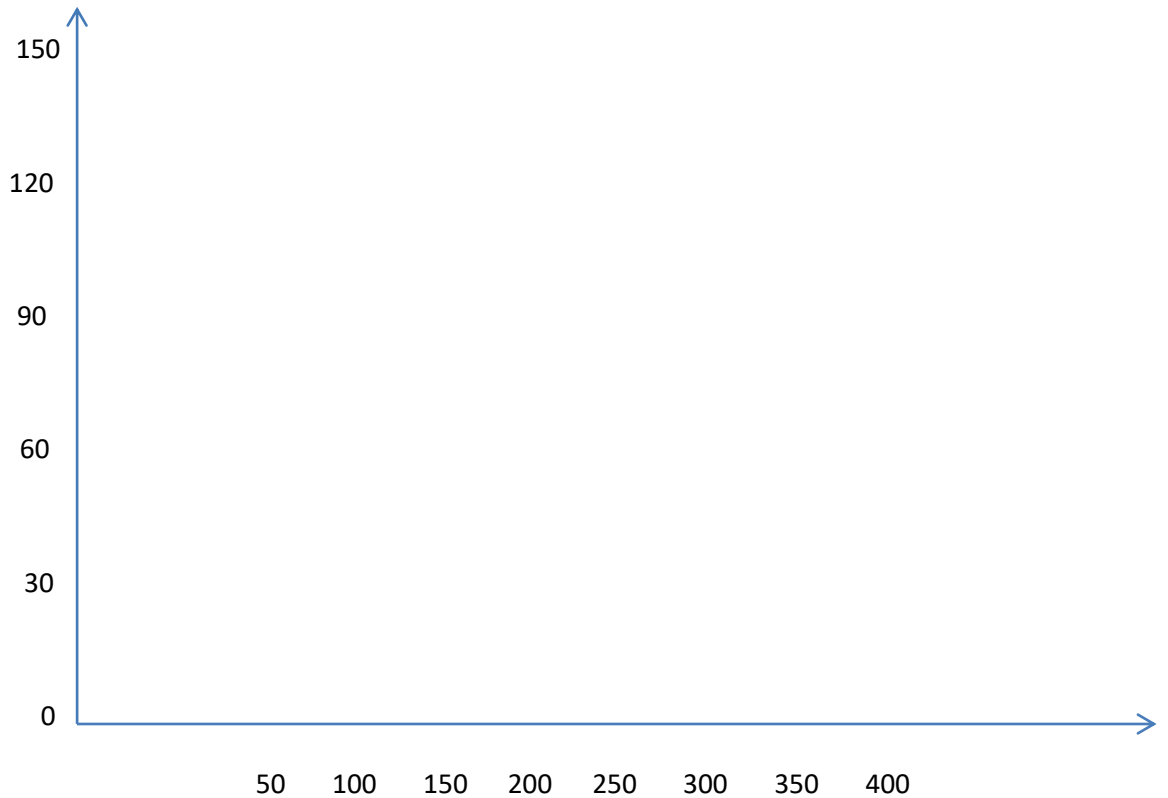
- ١- نكون جدولاً تكرارياً متجمعاً صاعداً من الجدول التكراري البسيط
- ٢- نرصد نقطاً احداثياتها الأفقية الحدود العليا للفئات واحداثياتها العمودية التكرار المتجمع الصاعد ونصل هذه النقاط ببعضها بخط منحنى يكون هو المنحنى المتجمع الصاعد وتسري هذه الخطوات على الجداول الغير منتظمة بدون ان نعدل التكرارات وذلك لان رسم المنحنى المتجمع الصاعد او النازل لتوزيع فئات غير متساوية لا يستدعي تعديل التكرارات .

مثال (١) : التوزيع الآتي يمثل ما تدفعه 150 عائلة فلاحية للإيجار سنوياً . المطلوب/ رسم منحنى متجمع صاعد لهذا التوزيع

الفئات	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400	المجموع
التكرارات	32	35	25	20	17	13	8	150

الحل :

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 100	32
أقل من 150	67
أقل من 200	92
أقل من 250	112
أقل من 300	129
أقل من 350	142
أقل من 400	150



المنحنى التكراري المتجمع الصاعد

المنحنى التكراري المتجمع النازل :

لرسم المنحنى من الجدول البسيط المنتظم وغير المنتظم نتبع الخطوات الآتية :

- ١- نكون جدولاً تكرارياً متجمعاً نازلاً من الجدول التكراري البسيط
- ٢- نرصد نقاطاً أحداثياتها الأفقية الحدود الدنيا للفئات وأحداثياتها العمودية التكرارات المتجمعة النازلة ثم نصل هذه النقاط ببعضها ببعض بخط منحنى فيكون هو المنحنى التكراري المتجمع النازل .

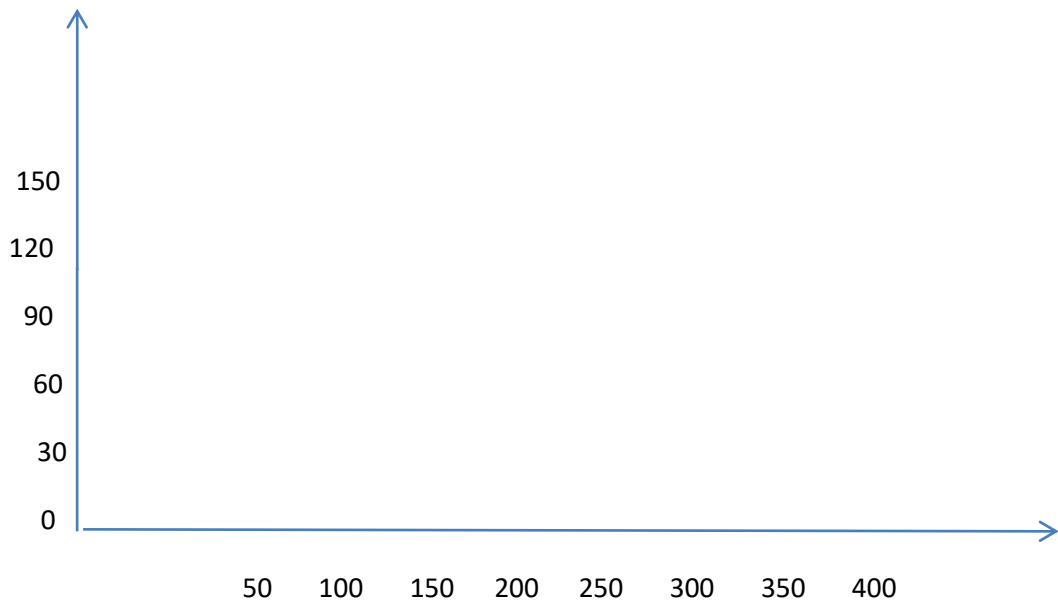
فلو عدنا للمثال السابق (١)

مثال: التوزيع الآتي يمثل ما تدفعه 150 عائلة فلاحية للإيجار سنوياً . المطلوب/ رسم منحنى متجمع صاعد لهذا التوزيع

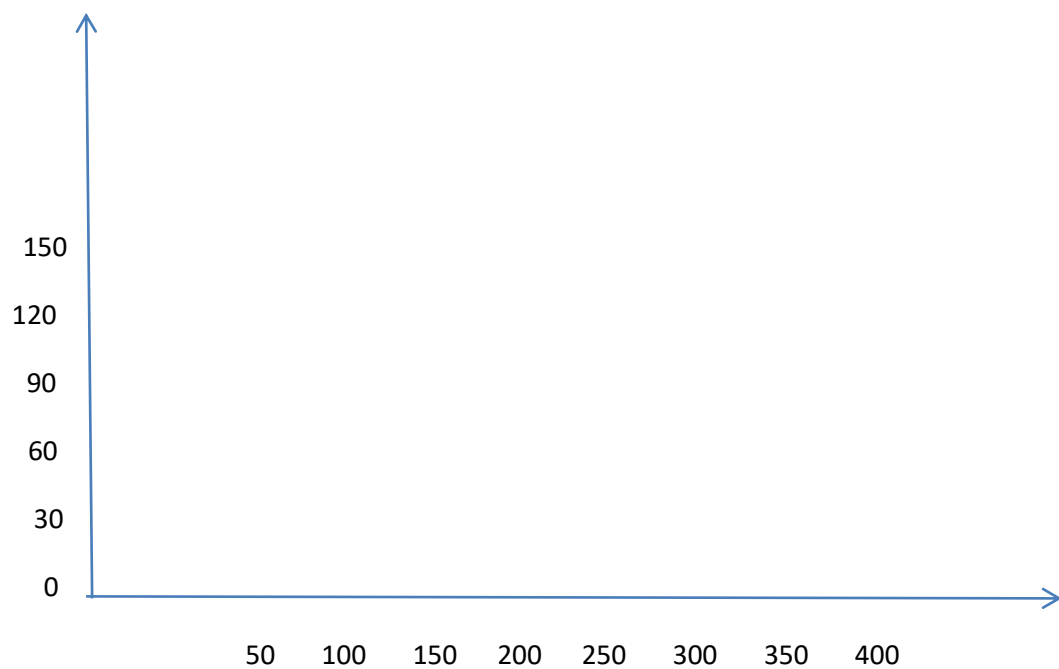
الفئات	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400	المجموع
التكرارات	32	35	25	20	17	13	8	150

الحل :

التكرار المتجمع النازل	الحدود الدنيا للفئات
150	أكثر من 50
118	أكثر من 100
83	أكثر من 150
58	أكثر من 200
38	أكثر من 250
21	أكثر من 300
8	أكثر من 350



### المنحنى التكراري المتجمع النازل



### المنحنى التكراري المتجمع النازل والصاعد

## الاسبوع السادس

مقاييس النزعة المركزية : مفهومها واستخداماتها ، الوسط الحسابي في البيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة .

مقاييس النزعة المركزية : رأينا في المحاضرات السابقة كيفية تمثيل البيانات بجداول ورسوم بغية تلخيصها وتوضيحها كذلك يمكن تمثيل البيانات بقيمة واحدة هي الوسط او المتوسط اي ان هذه البيانات تميل ان تقع في مركز البيانات المرتبة حسب الكبر لذلك تسمى مقاييس النزعة المركزية . والاوساط الاحصائية هي من اهم المقاييس الاحصائية الوصفية واكثرها استعمالا لدراسة البيانات ومقارنتها ، وهناك عدة انواع من المتوسطات واكثرها شيوعا واستعمالا هي :

### الوسط الحسابي Arithmetic mean

الوسيط Median

المنوال Mode

### الوسط الحسابي :

يسمى في بعض الاحيان الوسط او المتوسط او المعدل الحسابي وهو من اهم مقاييس النزعة المركزية على الاطلاق لما يمتاز به من سهولة في استخراج من جهة ولخضوعه للعمليات الحسابية من جهة اخرى . وهناك عدة طرق لاستخراجه وهي كالآتي :

أ- الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة :

هناك طريقتين لحساب الوسط الحسابي

اولا : الطريقة المباشرة : الوسط الحسابي بموجب هذه الطريقة يمثل مجموع قياسات مفردات العينة مقسوما على عددها . يرمز للوسط الحسابي بالرمز  $\bar{X}$  وعليه فان الوسط الحسابي بموجب هذه الطريقة

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

n

مثال ( ١ ) : البيانات الاتية تمثل اوزان عينة من الطلبة قوامها 15 طالب

م/ ايجاد متوسط وزن الطالب في هذه العينة (متغيرات مستمرة )

50.2 , 60.9 , 68.3 , 59.2 , 58.1 , 62.3 , 65.3 , 52.9 , 61.5 , 63.2 , 59.1 ,  
69.3 , 64.2 , 65.2 , 56.6

الحل :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$\frac{50.1+60.9+68.3+59.2+58.1+62.3+65.3+52.9+.....+59.6}{15}$$

$$\frac{916.3}{15}$$

$$=61.087 \text{ Kg .}$$

لو قمنا بترتيب هذه البيانات تصاعديا لحصلنا على السلسلة التالية :

50.2 , 52.9 , 56.6 , 58.1 , 59.1 , 59.2, 60.9, 61.9 , 62.3 , 63.2 , 64.2 ,  
65.2 , 68.3 , 69.3

نلاحظ تمرکز قيمة  $\bar{X}$  وسط هذه المجموعة هذا ما نقصده بمقاييس النزعة المركزية .

### ثانيا : الطريقة المختصرة ( طريقة الانحرافات )

تستخدم هذه الطريقة في حالة كون قياسات العينة اعداد كبيرة يصعب التعامل معها عند ايجاد الوسط الحسابي خصوصا عند عدم توفر حاسبات تفي بالغرض مما يفضل اختزال هذه الاعداد الى اعداد اصغر يسهل التعامل معها . نختار وسط فرضي يكون قريب من الوسط الحسابي من نفس البيانات او خارج عنها ويرمز له A ثم نجد انحرافات القيم عن الوسط الفرضي ويرمز له di وعليه فان الوسط الحسابي يكون

$$\sum d_i$$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum d_i}{n}$$

n

حيث ان

A = تمثل الوسط الفرضي

تمثل انحرافات القيم عن الوسط الفرضي =  $d_i$  وان

$$d_i = x_i - A$$

ملاحظة قيمة A قيمة ثابتة نختارها من ضمن القيم ، نعتقد انها تمثل وسط القيم او مركزها اي تكون قريبة من الوسط الحسابي

حل المثال رقم (١) بطريقة الانحرافات

١- نحدد قيمة A بحيث تكون قريبة من الوسط الحسابي وفي قيمة A تمثل 61.5 او اي قيمة اخرى نختارها

٢- نجد قيمة  $d_i$  والتي تساوي  $x_i - A$  وعليه فان  $d_i$  للبيانات

٢.٣- 59.2-61.5=-2.3 , 68.3-61.5=6.8 , 60.9-61.5=-0.6 , 50.2-61.5=-11.3 وهكذا

٣- نجمع  $d_i$

٤- نطبق القانون

$$\sum d_i$$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum d_i}{n}$$

n

-5

$$= 61.5 + \frac{-5}{15}$$

15



$$=61.5+0.333 = \underline{61.833}$$

س/ واجب البيانات التالية تمثل عدد افراد عينة من الاسر قوامها 12 اسرة  
م/ ايجاد متوسط عدد افراد الاسرة (بالطريقة المختصرة والطريقة المباشرة )  
البيانات :

3 , 4 , 7 , 8 , 10 , 9 , 2 , 5 , 6 , 9 , 7 , 5 .

ب- الوسط الحسابي لبيانات مبوبة :

اولا : الطريقة المباشرة

$$\sum f_i X_i$$

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i} \text{ حيث أن }$$

$$\sum f_i$$

$\bar{X}$  = الوسط الحسابي

$f_i$  = التكرارات

$X_i$  = مراكز الفئات

خطوات ايجاد الوسط الحسابي لبيانات مبوبة :

١- تعيين مراكز الفئات

٢- ضرب مركز كل فئة في التكرار المقابل له

٣- قسمة مجموع (حاصل ضرب مركز كل فئة \* تكرارها ) على مجموع التكرارات

مثال (١) الجدول الاتي يبين توزيع الاجور الاسبوعية لـ 63 عامل في احدى الشركات

الفئات	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	المجموع
التكرارات	8	10	16	14	10	5	63

الحل :

الفئات	التكرارات (fi)	مراكز الفئات (Xi)	Fi Xi
50-60	8	55	440
60-70	10	65	650
70-80	16	75	1200
80-90	14	85	1190
90-100	10	95	950
100-110	5	105	525
المجموع	63		4955

نطبق القانون

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{4955}{63} = 78.65$$

ثانيا : الطريقة المختصرة

نحتاج الى اختيار الوسط الفرضي ثم ايجاد انحرافات القيمة عن الوسط الفرضي حيث ان :

$$d_i = X_i - A \quad \text{وان } X_i \text{ تمثل مركز الفئة ثم نستخدم القانون الاتي :}$$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

خطوات ايجاد الوسط الحسابي لبيانات مبوبة بالطريقة المختصرة :

- ١- نجد مراكز الفئات  $X_i$
- ٢- نحدد وسطا فرضيا  $A$
- ٣- نجد انحرافات المراكز عن الوسط الفرضي  $d_i$
- ٤- نضرب كل انحراف في التكرار المقابل له  $d_i f_i$
- ٥- نجمع حاصل الضرب (الانحرافات \* التكرارات)
- ٦- نطبق القانون

ملاحظة : اختيار الوسط الفرضي يؤدي الى تبسيط العمليات الحسابية ويكون اختياره حسب القواعد الآتية :

- ١- ان يكون الوسط الفرضي مركز لحدى الفئات
- ٢- ان يكون قريبا من الوسط الحسابي
- ٣- ان يكون امام اكبر تكرار

حل المثال السابق (١) بالطريقة المختصرة

المثال :

الجدول الآتي يبين توزيع الاجور الاسبوعية لـ 63 عامل في احدى الشركات

الفئات	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	المجموع
التكرارات	8	10	16	14	10	5	63

الفئات	التكرارات $f_i$	مركز الفئات $(X_i)$	$D_i = X_i - A$	$f_i d_i$
50-60	8	55	-20	-160
60-70	10	65	-10	-100
70-80	16	<u>75</u>	0	0
80-90	14	85	10	140
90-100	10	95	20	200
100-110	5	105	30	150
المجموع	63			230

$$\sum f_i d_i$$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$\sum f_i$$

230

$$=75+-----$$

63

$$\bar{X} = 78.65$$

ملاحظة لقد تم اختيار 75 كوسط فرضي لانه يقابل اكبر تكرار

س واجب الاتي توزيع تكراري لعينة من الاسر قوامها 75 اسرة حسب عدد افراد الاسرة

م/ حساب متوسط عدد افراد الاسرة في هذه العينة (بالطريقة المباشرة والطريقة غير المباشرة )

الفئات	2-4	5-7	8-10	11-13	14-16	17-19	20-22	المجموع
التكرارات	8	12	20	13	10	8	4	75

الاسبوع السابع والثامن

الوسيط ،طرق حسابه للبيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة حسابيا وبيانيا. المنوال ، مفهومه ،حسابه للبيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة (طريقة بيرسون حسابيا وبيانيا )

## الوسيط :

الوسيط لمجموعة من القيم هو القيمة التي يقع ترتيبها وسط المجموعة عند ترتيب هذه القيم تصاعديا او تنازليا . اي تقسم المجموعة الى قسمين متساويين ، بحيث يساوي عدد الحدود التي اصغر من الوسيط عدد الحدود الاكبر منه ، فمثلا لو كانت لدينا القيم 5 , 6 , 9 , 17 , 2 وارادنا ايجاد الوسيط لهذه المجموعة فإننا نرتب القيم تصاعديا فتصبح 2 , 5 , 6 , 9 , 17 فتكون القيمة التي تقع في الوسط هي الوسيط اي ان 6 هي الوسيط

الوسيط لبيانات غير مبوبة

١- اذا كان عدد القيم فرديا فيكون ترتيب الوسيط كما في الصيغة الاتية

$$n+ 1$$

$$T =-----$$

2

حيث ان : T تمثل ترتيب الوسيط وان n تمثل عدد القيم

خطوات ايجاد الوسيط

- ١- ترتيب القيم اما تصاعديا او تنازليا
- ٢- نجد ترتيب الوسيط حسب الصيغة الاتية :

$$T = \frac{n+1}{2}$$

٣- تكون قيمة الوسيط هي القيمة الموجودة امام الترتيب الناتج في الخطوة (٢)

مثال (١)

اوجد الوسيط للبيانات التالية

134 , 78 , 204 , 63 , 12 , 189 , 152 .

الحل : نرتب القيم اما تصاعديا او تنازليا

ترتيب تصاعدي 12 , 63 , 78 , 134 , 152 , 189 , 204

او ترتيب تنازلي 204 , 189 , 152 , 134 , 78 , 63 , 12

$$T = \frac{n+1}{2}$$

$$7+1$$

$$T = \frac{8}{2} = 4$$

$$2$$

الوسيط هو الترتيب الرابع اي ان  $Me = 134$

س اوجد الوسيط لدرجات عينة من الطلبة قوامها 9 طلاب في امتحان معين

الدرجات : 63 , 55 , 62 , 53 , 70 , 68 , 65 , 79 , 80

- ٢- اذا كانت عدد القيم (n) زوجي فيكون الوسيط هو الوسط الحسابي لقيمتي الترتيبين اللتين تسلسلها على التوالي هو

$$\left( \frac{n}{2} + 1 \right) \text{ و } \left( \frac{n}{2} \right)$$

مثال (٢) المطلوب ايجاد الوسيط للاعداد الآتية :

152 , 189 , 12 , 63 , 204 , 78 , 134 , 7

الحل : نرتب القيم اما تصاعديا او تنازليا

الترتيب التصاعدي . 7, 12 , 63 , 78 , 134 , 152 , 189 , 204

$$T = \frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

العدد الذي ترتيبه الرابع هو 78

$$T = \frac{n}{2} + 1 = \frac{8}{2} + 1 = 5$$

العدد الذي ترتيبه الخامس هو 134

الوسيط يمثل الوسط الحسابي لهاتين القيمتين اي ان

$$Me = \frac{78 + 134}{2} = 106$$

اما لو كان الترتيب تنازلي : 204 , 189 , 152 , 134 , 78 , 63 , 12 , 7

$$T = \frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

العدد الذي ترتيبه الرابع هو 78

$$T = \frac{n}{2} + 1 = \frac{8}{2} + 1 = 5$$

العدد الذي ترتيبه الخامس هو 134

الوسيط يمثل الوسط الحسابي لهاتين القيمتين اي ان

$$Me = \frac{134 + 78}{2} = 106$$

الوسيط ايضا 106

س واجب الاتي اعمار عينة من الافراد قوامها 12 فرد جد الوسيط لعمر الفرد في هذه العينة

20 , 22 , 19.5 , 26 , 24.5 , 27 , 28 , 29 , 18 , 20 , 23 , 25

الوسيط لبيانات مبوبة : (متغير متقطع )  
 يمكننا ايجاد الوسيط من الجداول التكرارية البسيطة بتحويلها الى جداول تكرارية  
 صاعدة او نازلة .  
 أ- الوسيط في حالة التكرار المتجمع الصاعد

خطوات ايجاد الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير متقطع

- ١- نجد التكرار المتجمع الصاعد  $\sum f_i$
  - ٢- نجد ترتيب الوسيط والذي يساوي ----- ملاحظة  $f_i$  هنا التكرارات الاصلية  
 وليس التكرار المتجمع الصاعد 2
  - ٣- نحدد قيمة الوسيط وهي التي تقع بين التكرارين (يعني ترتيب الوسيط بين التكرارين )
  - ٤- نحدد فئة الوسيط مركز هذه الفئة يمثل الوسيط
- مثال (١) :الاتي توزيع لعينة من الاسر حسب عدد افراد الاسرة .  
 م/ حساب الوسيط لعدد افراد الاسرة

التكرار المتجمع الصاعد (Fi)	الحدود العليا للفئات	التكرارات (fi)	الفئات
6	4 فأقل	6	2-4
15	7 فأقل	9	5-7
27	10 فأقل	12	8-10
47	13 فأقل	20	<b>11-13</b>
61	16 فأقل	14	14-16
72	19 فأقل	11	17-19
80	22 فأقل	8	20-22
		80	المجموع

$$\sum f_i$$

ترتيب الوسيط : T=-----

$$2$$

$$80$$

$$=40 =----- اي الوسيط يقع بين التكرارات 27 و 47$$

2 وعليه فان فئة الوسيط هي الفئة (11-13) لانها

الاقرب الى 47 وان الوسيط يمثل مركز هذه الفئة

وعليه فالوسيط يساوي 12 وكالاتي

$$11+13$$

$$= \underline{12}$$

$$2$$

س واجب حل السؤال السابق في حالة التكرار المتجمع النازل

الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير مستمر

نستخدم القانون الاتي

$$\sum f_i$$

$$- F_{k-1}$$

$$2$$

$$Me = L_k + \frac{\sum f_i - F_{k-1}}{F_k} * h_k$$

$$F_k$$

حيث ان :

$$Me = \text{الوسيط}$$

$$L_k = \text{الحد الادنى لفئة الوسيط}$$

$$\sum f_i = \text{مجموع التكرارات الاصلية}$$

$$F_{k-1} = \text{تكرار الفئة السابقة}$$

الفرق بين التكرارين  $F_k$  (التكرار المتجمع الصاعد اللاحق- التكرار المتجمع الصاعد السابق) او التكرار الاصلي للفئة

$$h_k = \text{طول فئة الوسيط}$$



خطوات الحل :

١- نجد اما التكرار المتجمع الصاعد او التكرار المتجمع النازل

$$\sum f_i$$

٢- نجد ترتيب الوسيط من الصيغة -----

$$2$$

٣- نحدد فئة الوسيط والتي تقع بين التكرارين

٤- نطبق صيغة القانون اعلاه

مثال (١)

اوجد الوسيط من التوزيع التكراري الاتي :

التكرار المتجمع الصاعد (Fi)	الحدود العليا للفئات	التكرارات (fi)	الفئات
8	60 فأقل	8	50-60
18	70 فأقل	10	60-70
34	80 فأقل	16	70-80
48	90 فأقل	14	80-90
58	100 فأقل	10	90-100
63	110 فأقل	5	100-110
65	110 فأقل	2	110-120
		65	المجموع

$$\sum f_i$$

ترتيب الوسيط : T=-----

$$2$$

$$65$$

$$= 32.5 = \frac{\text{الوسيط يقع بين التكرارات 18 و 34}}{2}$$

$$2$$

اي ان فئة الوسيط هي 70-80

نطبق صيغة القانون الآتية

$$Me = L_k + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - F_{k-1}}{F_k} * h_k$$

$$Me = 70 + \frac{65 - 18}{34 - 18} * 10$$

$$= 79.63$$

ملاحظة : في حالة التكرار المتجمع الصاعد نختار الفئة الوسطية المقابلة للتكرار الأقرب

وفي حالة التكرار المتجمع النازل نختار الفئة الوسطية المقابلة للتكرار الأبعد

س واجب الآتي توزيع تكراري للدخل الشهري لعينة من الأسر قوامها 80 أسرة

م/ جد الوسيط للدخل الشهري للأسرة في هذه العينة (للمتجمع الصاعد و للمتجمع النازل )

الفئات	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240	المجموع
التكرارات	3	7	14	20	18	12	6	80

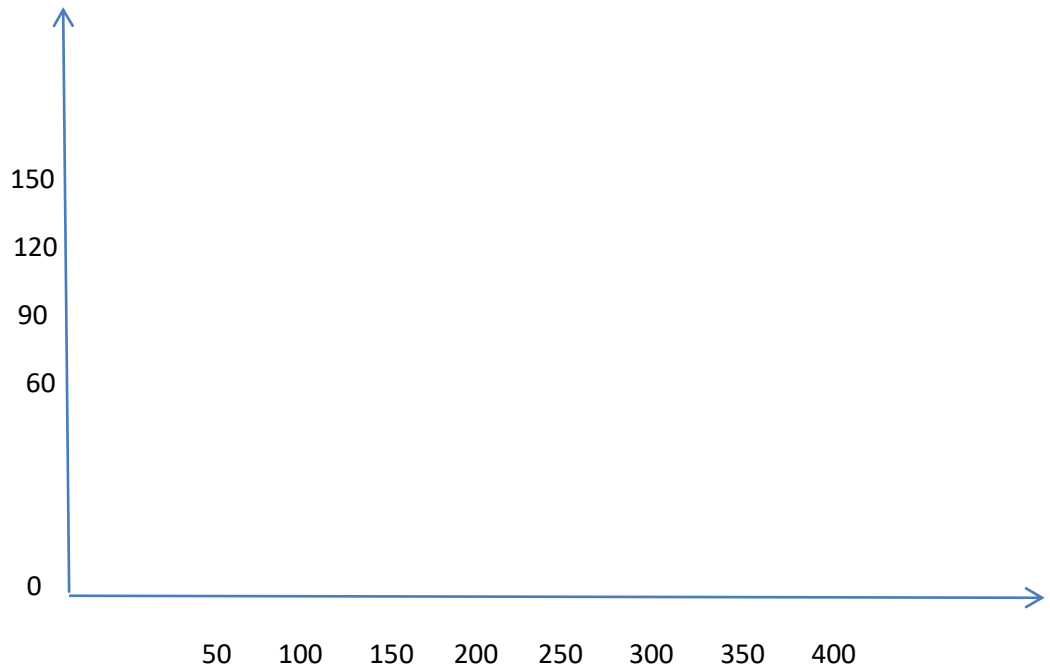
ملاحظة (١) : في حالة المتجمع النازل نطبق الصيغة الآتية :

$$Me = L_k + \frac{F_{k-1} - T}{F_k} * h_k$$

ملاحظة (٢) : يمكن ايجاد الوسيط من بيانات مفتوحة كما يمكن ايجاده اذا كانت اطوال الفئات غير متساوية دون الحاجة الى تعديل التكرارات .

هذا ويمكن ايجاد الوسيط باستخدام الرسم البياني للمنحنيين التصاعدي والتنازلي وذلك بانزال عمود من نقطة تقاطعهما الى المحور السيني ليقطعه في نقطة هي قيمة الوسيط

فلو عدنا للمثال (١) ص ١٦ فان الوسيط للمتجمع الصاعد والنازل يكون كالآتي :



## المنوال :

يعرف المنوال بانه القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها

أ- حساب المنوال من بيانات غير موبوءة

مثال (١)

اوجد المنوال في البيانات الاتية

3, 4, 5, 6, 2, 3

الحل : المنوال هو الرقم 3 لانه تكرر اكثر من غيره من بين مفردات المجموعة .

**ملاحظة :** بعض القيم تكون عديدة المنوال اذا لم يوجد رقم متكرر اكثر من غيره كما قد يكون هناك اكثر من منوال في المجموعة في حالة اكثر من رقم .

مثال (٢) : احسب المنوال للبيانات التالية

2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , 14 , 19

لا يوجد منوال لهذه البيانات لانه لا يوجد رقم متكرر

مثال (٣) جد المنوال للبيانات التالية

2 , 4 , 8 , 10 , 12 , 2 , 5 , 4 , 6

المنوال هنا 4 منوال و 2 منوال لانهما تكررنا بنفس المقدار

### ب- المنوال لبيانات مبوبة

يمكن ايجاد المنوال بعدة طرق بعد ايجاد الفئة المنوالية ، وتعرف الفئة المنوالية بانها : الفئة التي تحتوي على اكبر تكرار، وذلك لان المنوال حسب التعريف هو القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها . ومن هذه الطرق

### طريقة بيرسون وتسمى ايضا طريقة الفروق

ملخص هذه الطريقة (الخطوات )

١- نختار اكبر تكرار نفرضه  $f_k$  والفئة التي تقابله هي الفئة المنوالية (طولها  $h_k$ )

٢- نحدد التكرار الذي قبله ويرمز له  $f_{k-1}$

٣- نحدد التكرار الذي بعده ويرمز له  $f_{k+1}$

٤- نحدد الحد الادنى للفئة المنوالية (بداية الفئة المنوالية ) ويرمز لها  $L_k$

٥- نحسب قيمة المنوال بتطبيق صيغة القانون الاتي

$$(f_k - f_{k-1})$$

$$Mo = L_k + \frac{(f_k - f_{k-1})}{(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})} * h_k$$

$$(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})$$

ولتسهيل الامر نرمز لـ الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي قبلها بـ  $\Delta_1$  ونرمز للفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي بعدها بـ  $\Delta_2$  فيصبح القانون

$$\Delta_1$$

$$Mo = L_k + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} * h_k$$

$$\Delta_1 + \Delta_2$$

حيث ان :

Mo = المنوال

$L_k$  = بداية الفئة المنوالية

$f_k$  = تكرار الفئة المنوالية

$f_{k-1}$  = التكرار السابق للفئة المنوالية

$f_{k+1}$  = التكرار اللاحق للفئة المنوالية

$h_k$  = طول الفئة المنوالية

مثال (١) : من الجدول الاتي اوجد المنوال بطريقة بيرسون

الفئات	التكرارات (fi)
50-60	8
60-70	10
<b>70-80</b>	<b>16</b>
80-90	14
90-100	10
100-110	5
110-120	2
المجموع	65

$F_{k-1}$

$f_k$  = الفئة المنوالية تقابل اكبر تكرار

$F_{k+1}$

الحل :

١ - اكبر التكرارات  $f_k$  هو 16 وعليه فان الفئة المنوالية هي (70-80)

٢ -  $F_{k-1}$  (التكرار السابق للفئة المنوالية هو 10

٣ -  $F_{k+1}$  (التكرار اللاحق للفئة المنوالية هو 14

٤ -  $L_k$  بداية الفئة المنوالية هو 70

٥ -  $h_k$  طول الفئة المنوالية هو 10

٦ - نطبق القانون

$$(f_k - f_{k-1})$$

$$Mo = L_k + \frac{(f_k - f_{k-1})}{(f_k - f_{k-1})} * h_k$$

$$(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})$$

$$(16-10)$$

$$60$$

$$Mo = 70 + \frac{\dots}{\dots} * 10 = 70 + \frac{\dots}{\dots} = \underline{77.33}$$

$$(16-10) + (16-14)$$

$$8$$

س/ واجب الاتي توزيع تكراري لاطوال عينة من الاشخاص البالغين قوامها 50 شخص

م/ حساب المنوال لطول الشخص في هذه العينة بطريقة بيرسون

الفئات	150-160	160-170	170-180	180-190	190-200	المجموع
التكرارات	8	12	15	9	6	50

ملاحظة (١) : يمكن ايجاد المنوال من بيانات مفتوحة وهذه احد مزاياه

ملاحظة (٢) : اذا كانت اطوال الفئات غير متساوية يستلزم تعديل التكرارات . والتكرار المعدل هو تكرار الفئة الاصلي مقسوم على طول الفئة ويرمز للتكرار المعدل بـ  $f_i^*$

س : من التوزيع الاتي اوجد المنوال

الفئات	التكرار	طول الفئة	التكرار المعدل
5-10	2	5	$2/5=0.4$
10-15	6	5	$6/5=1.2$
15-25	10	10	1
25-35	22	10	2.2
35-50	27	15	1.8
50-60	11	10	1.1

$$2.2 - 1$$

$$1.2$$

$$Mo = 25 + \frac{\dots}{\dots} * 10 = 25 + \frac{\dots}{\dots} * 10$$

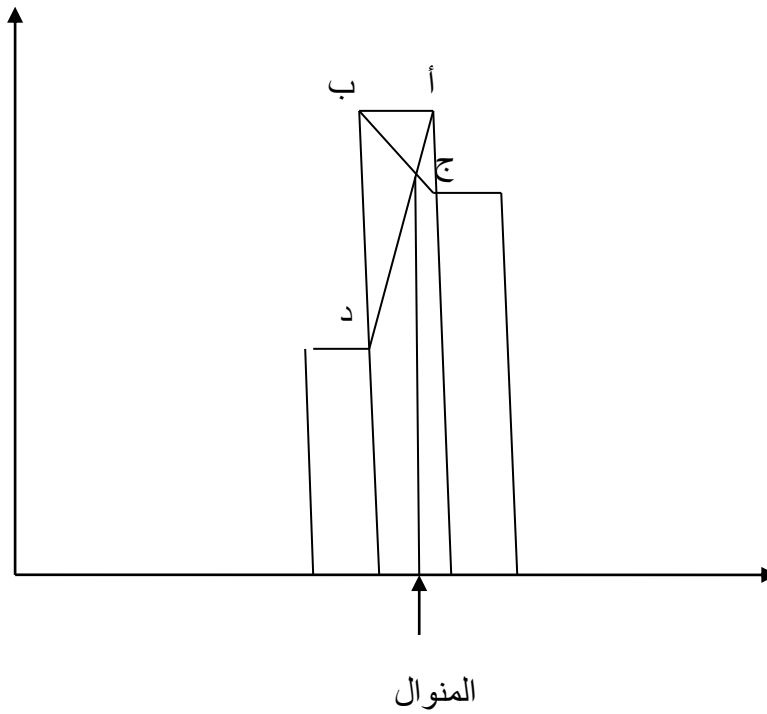
$$(2.2-1) + (2.2-1.8)$$

$$1.2+0.4$$

$$Mo = 25 + \frac{\quad}{1.6} = 25 + 7.5$$

$$Mo = \underline{32.5}$$

هذا ويمكن تقدير المنوال بطريقة الرسم البياني للمدرج التكراري وذلك باستعمال مستطيل الفئة المنوالية (وهو أعلى مستطيل لأنه يمثل أكثر التكرارات) والمستطيلان المجاوران له فلو عدنا للمثال (١) ص ١٤ فإن المنوال يتحدد بوصل النقطة أ مع النقطة د والنقطة ب مع النقطة ج ومن نقطة تلاقيهما ننزل عمودا على المحور السيني يقطعه في نقطة هي قيمة المنوال . وكالاتي



## الاسبوع التاسع

**مقاييس التشتت مفهومها واستخدامها/ المدى للبيانات المبوبة وغير المبوبة ،  
الانحراف الربيعي للبيانات غير المبوبة .**

**مقاييس التشتت :** - هي تباعد او انتشار قيم مجموعة من المفردات عن بعضها البعض او عن قيمة معينة ثابتة ( مثل الوسط الحسابي) وتستخدم لغرض اجراء المقارنة بين مجموعتين او اكثر من البيانات عن ظاهرة معينة.

مثلا الوسط الحسابي للمجموعات الثلاثة التالية يساوي 9

المجموعة الاولى : القيم 7,8 ,9 ,10 ,11,

الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{45}{5} = 9$$

المجموعة الثانية : القيم 3,6,9,12,15

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{45}{5} = 9$$

المجموعة الثالثة : القيم 1,5,9,13,17

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{45}{5} = 9$$

عند المقارنة بين هذه القيم نلاحظ ان المجموعة الاولى اكثر تجانسا من المجاميع الاخرى وكما مبين بالرسم



المجموعة الاولى

• • • • •

المجموعة الثانية

• • • • •

المجموعة الثالثة

• • • • •

وهناك نوعين من مقاييس التشتت وهي :-

١- مقاييس التشتت المطلقة

٢- مقاييس التشتت النسبية

وسنكتفي بدراسة مقاييس التشتت المطلقة فقط

**مقاييس التشتت المطلقة :-** هي مقاييس تبين درجة تجانس قيم مجموعة من البيانات بشكل مطلق وتكون مقاسة بنفس وحدات قياس المتغير العشوائي ( وحدات ، طول ، وزن ، عدد .... الخ ) و المقاييس هي:

١- المدى Range

٢ - الانحراف الربيعي Quartile Deviation

٣ - الانحراف المعياري Standard Deviation

**المدى :**

يسمى احيانا بمجال التغير وهو من ابسط مقاييس التشتت المطلق ويعرف بأنه الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة من مجموعة البيانات . فإذا كانت  $x_L$  تمثل اعلى قيمة وان  $x_S$  تمثل ادنى قيمة فان المدى يحسب وفق الصيغة التالية :

$$R = x_L - x_S$$

اما في حالة البيانات المبوبة فان المدى : عبارة عن الفرق بين الحد الادنى للفئة الاولى والحد الاعلى للفئة الاخيرة فاذا كان الحد الاعلى  $u$  والحد الادنى  $L$  فان المدى  $R = U - L$

مثال الاتي بيانات غير مبوبة المطلوب ايجاد المدى لهذه البيانات

2 , 5 , 3 , 8 , 7 , 10 , 9 , 12 , 15

$$R = X_L - X_S = 15 - 2 = \underline{13}$$

## مثال (2) بيانات مبوبة

من خلال جدول التوزيع التكراري التالي اوجد المدى

الفئات	8-16	16-24	24-32	32-40	40-48	المجموع
التكرارات	20	25	8	6	3	62

$$R = U - L$$

الحل

$$= 48 - 8 = \underline{40}$$

لا يستخدم المدى كثيرا لأنه يستند الى قيمتين الاولى والاخيرة ويهمل باقي القيم وهذا يعني انه مقياس حساس جدا لاي خطأ قد يحصل في قياس احدى هاتين القيمتين او كليهما كما لا يمكن حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة

سؤال واجب الاتي درجات الحرارة لاحدى المدن خلال يومين

م / اوجد المدى لدرجات الحرارة ثم قارن ايهما اكثر تجانسا خلال يومين

اليوم الاول 7 , 8 , 11 , 10 , 4 , 3 , 5 , 6

اليوم الثاني 7 , 9 , 12 , 16 , 8 , 4 , 5 , 7

سؤال واجب الجدول التكراري التي يبين اوزان 50 طالبا

م / حساب المدى لهذا التوزيع

فئات الوزن	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	المجموع
التكرارات	8	5	11	16	4	4	2	50

## الانحراف الربيعي :-

من اهم عيوب المدى هو اعتماده على القيمتين الاولى والاخيرة التي غالبا ما تكون شاذة ( متطرفة) وبهدف التغلب على هذا العيب نقوم بحذف بعض القيم الشاذة فاذا اهلنا الربع الاول والربع الاخير من هذه القيم فانه يمكن الحصول على مقياس تشتت يعتبر افضل من المدى ويعتمد في حسابه على كل من الربيعين الادنى ( الاول) والاعلى ( الثالث ) ويسمى بالانحراف الربيعي ( نصف المدى الربيعي ) ويعرف **الانحراف الربيعي** بانه متوسط الفرق بين الربيع

الثالث والرابع الاول لمجموعة من البيانات سواء كانت مبوبة او غير مبوبة . فإذا رمزنا للرابع الاول ( الادنى )  $Q_1$  وللرابع الثالث بالرمز  $Q_3$  وللانحراف الربيعي  $Q.D$

الرابع الثالث – الرابع الاول

وعليه فان الانحراف الربيعي =

2

$Q_3 - Q_1$

$Q. D =$  -----

2

وطريقة حساب الربيعين الادنى والاعلى هي تماما كطريقة حساب الوسيط

**حساب الربيعين من بيانات غير مبوبة**

لحساب قيمة الربع الاعلى والربع الادنى يجب تحديد ترتيب ( موقع ) كل منهما مسبقا مثلما فعلنا عند حساب قيمة الوسيط .

ترتيب ( موقع ) الربع الادنى = عدد القيم / 4

وعليه فان :  $T.Q_1 = n / 4$

حيث ان  $T.Q_1$  تمثل ترتيب الربع الاول وان  $n$  هي عدد القيم

وترتيب الربع الثالث ( الاعلى ) = ( عدد القيم / 4 ) \* 3

$T.Q_3 = 3 * ( n / 4 )$  اي على بعد 75% من بداية البيانات ويجب هنا ايضا ان يعاد ترتيب

مجموعة القيم تصاعديا او تنازليا قبل حساب موقع او ترتيب الربيعين

مثال ( ١ ) احسب الربيعين الاعلى والادنى والانحراف الربيعي لمجموعة البيانات الاتية :

3 , 7 , 5 , 2 , 8 , 12 , 10 , 15

الحل :

نرتب القيم ترتيبا تصاعديا او ترتيبا تنازليا

١-

ترتيب تصاعدي

2 , 3 , 5 , 7 , 8 , 10 , 12 , 15

٢- نجد ترتيب الربع الأدنى (الاول)

$$n \quad 8$$

$$T.Q_1 = \frac{8}{4} = 2$$

الثاني من بين البيانات ويساوي (3) اي ان  
 $Q_1 = 3$

٣- نحدد ترتيب الربع الأعلى (الثالث)

$$n \quad 8$$

$$T.Q_3 = 3 * \frac{8}{4} = 6$$

السادس من البيانات ويساوي 10 اي ان  
 $Q_3 = 10$

٤- نجد الانحراف الربيعي والذي يمثل متوسط الفرق

بين الربع الأعلى والربع الأدنى

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{10 - 3}{2} = 3.5$$

س واجب جد الانحراف الربيعي للقيم التالية

2 , 7 , 9 , 3 , 10 , 12 , 22 , 4 , 8 , 20 , 19 , 18 , 17 , 5 , 21 , 23

## الاسبوع العاشر

### الانحراف الربيعي للبيانات المبوبة حسابيا وبيانيا

طريقة حساب الربع الأعلى والأدنى من بيانات مبوبة (جدول تكراري) تماثل تماما  
 طريقة حساب الوسيط السابق شرحها .

خطوات ايجاد الربيعين لبيانات مبوبة كالآتي:

١- اعداد جدول تكراري تجمعي صاعد او نازل

٢- تحديد ترتيب الربع الأدنى وذلك بتطبيق الصيغة

الآتية :

$$T.Q_1 = \frac{\sum f_i}{4}$$

٣- تحديد ترتيب الربع الأعلى بالصيغة الآتية :

$$T.Q_3 = 3 * (\sum f_i / 4)$$

٤- حساب قيمة كل من الربيعين من جدول تكراري  
متجمع صاعد او متجمع نازل وباستخدام الصيغة الآتية:

موقع الربيع الأدنى - التكرار المتجمع السابق

قيمة الربيع الأدنى = بداية فئة الربيع الأدنى +

\* طول فئة الربيع

الفرق بين التكرارين (الصاعد السابق واللاحق) الأدنى

القانون بالصيغة الآتية:

$$T.Q_1 - f_{k-1}$$

$$Q_1 = L_1 + \frac{T.Q_1 - f_{k-1}}{F_k} * h_k \quad \text{حيث ان}$$

الربيع الأدنى  $Q_1$

بداية فئة الربيع الأدنى  $L_1$

ترتيب الربيع الأدنى  $T.Q_1$  ويساوي  $\sum f_i / 4$

التكرار المتجمع السابق الأدنى  $f_{k-1}$

الفرق بين التكرارين الصاعد السابق واللاحق  $f_k$  وهو نفسه التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى

طول فئة الربيع الأدنى  $h_k$

موقع الربيع الأعلى - التكرار المتجمع السابق

قيمة الربيع الأعلى = بداية فئة الربيع الأعلى

+ \* طول فئة الربيع

الفرق بين التكرارين الصاعد السابق واللاحق الأعلى

والقانون يكون بالصيغة الآتية :

$$T.Q_3 - f_{k-1}$$

$$Q_3 = L_3 + \frac{T.Q_3 - f_{k-1}}{F_k} * h_k$$

حيث ان

الربيع الأعلى  $Q_3$

بداية فئة الربيع الأعلى  $L_3$

ترتيب الربيع الأعلى  $T.Q_3$  ويساوي  $3 * (\sum f_i / 4)$

التكرار المتجمع السابق الأعلى  $f_{k-1}$

الفرق بين التكرارين الصاعد  $f_k$  ويعتبر التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى (السابق واللاحق)

طول فئة الربيع الأعلى  $h_k$

٥- حساب الانحراف الربيعي والصيغة الآتية :

$$Q.D = Q_3 - Q_1 / 2$$

مثال : احسب الانحراف الربيعي للتوزيع التكراري الاتي لدرجات 50 من الطلبة في احدى السنوات

الفئات	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	المجموع
التكرارات	5	8	15	16	6	50

الحل :

لحساب قيمتي الربع الاعلى والادنى يلزم اعداد جدول متجمع صاعد او متجمع نازل

نفرض اننا نعد جدول متجمع صاعد

الفئات	التكرارات	الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد	
0-10	5	اقل من 10	5	$F_{k-1}$
<b>10-20</b>	8	اقل من 20	13	$T.Q_1$
20-30	15	اقل من 30	28	
<b>30-40</b>	16	اقل من 40	44	$T.Q_3$
40-50	6	اقل من 50	50	
المجموع	50			

نجد ترتيب الربع الادنى

$$T.Q_1 = \sum f_i / 4 = 50 / 4 = \underline{12.5}$$

نجد قيمة الربع الادنى

$$Q_1 = L_1 + \frac{T.Q_1 - f_{k-1}}{F_k} * h_k$$

$$Q_1 = 10 + \frac{12.5 - 5}{13 - 5} * 10$$

$$Q_1 = 10 + \frac{7.5}{8} * 10$$

$$Q_1 = \underline{19.375}$$

ثم نجد ترتيب الربع الاعلى

$$T.Q_3 = 3 * \Sigma f_i / 4 = 3 * (50/4) = 3 * 12.5 = \underline{37.5}$$

ايجاد قيمة الربع الاعلى

$$Q_3 = L_3 + \frac{T.Q_3 - f_{K-1}}{F_k} * h_k$$

$$= 30 + \frac{37.5 - 28}{44 - 28} * 10$$

$$= 30 + \frac{9.5}{16} * 10$$

$$= 30 + \frac{95}{16} = \underline{35.937}$$

16

ايجاد الانحراف الربيعي

$$Q.D = Q_3 - Q_1 / 2$$

$$Q.D = 35.937 - 19.375 / 2 = \underline{8.2812}$$

سؤال واجب : احسب الانحراف الربيعي للتوزيع التكراري الاتي

الفئات	0-10	10-30	30-50	50-65	65-90	90-100	100-	مجموع
التكرارات	3	6	13	15	12	9	2	60

استخراج الانحراف الربيعي الادنى والاعلى بالرسم البياني

من الممكن ايجاد قيمة الانحراف الربيعي بالرسم وذلك باستخراج قيمتي الربيعين بيانيا وكالاتي:

١- نستخرج من الجدول الاصلي جدولا تكراريا

متجمعا صاعدا او نازلا

٢- نرسم المنحنى التكراري للمتجمع الصاعد او

النازل

٣- نعين نقطتي ترتيب كل من الربع الأدنى والربع

الأعلى على المحور العمودي

٤- نرسم من كل من هاتين النقطتين مستقيما موازيا

للمحور الأفقي ثم نسقط من نقطتي التقائهما مع المنحنى عمودين على المحور الأفقي

فتكون نقطتا تلاقي هذين العمودين مع المحور الأفقي مساويتين لقيمتي الربع الأدنى

والربع الأعلى على التوالي

مثال :

الجدول الآتي يبين توزيع الأجور في احد المصانع

المطلوب : ايجاد الانحراف الربيعي بالرسم البياني

الفئات	0-200	200-400	400-600	600-800	800-1000	المجموع
التكرارات	18	72	154	111	40	400

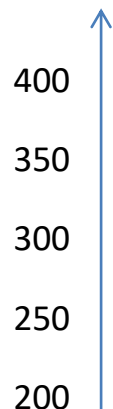
الحل :

نعمل جدولا تكراريا متجمعا صاعدا

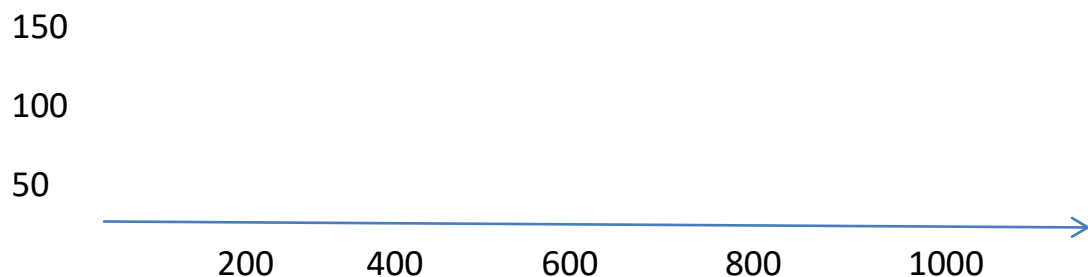
نرسم المنحنى المتجمع الصاعد بأخذ الحدود العليا والتكرارات المتجمعة

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 200	18
أقل من 400	90
أقل من 600	244
أقل من 800	355
أقل من 1000	400

الرسم







من الرسم نلاحظ ان قيمة الربيع الادنى ( الاول ) هو 410 تقريبا 413 وان قيمة الربيع الاعلى ( الثالث ) هو 700 وان الانحراف الربيعي

$$\frac{700 - 410}{2} = 145$$

والانحراف الربيعي يسمى ايضا بنصف المدى الربيعي لانه يساوي نصف المدى بين الربيع الثالث والربيع الاول وكذلك هذا المقياس يتوقف على قيمتين فقط من قيم التوزيع هما قيمتين الربيعين الاول والثالث ولهذا فانه يتاثر بتغير العينة ولكنه افضل من المدى لانه لا يتاثر بالقيم المتطرفة ويمكن استخراجه من الجداول المفتوحة عندما يراد معرفة درجة تركيز القيم حول الوسيط.

## الاسبوع الحادي عشر والثاني عشر

**الانحراف المعياري ، مفهومه واهميته ، طرق حسابه للبيانات المبوبة وغير المبوبة (الطريقة المطولة ، الطريقة المختصرة )**

### الانحراف المعياري

هو من اهم مقاييس التشتت ومركزه بينها كمركز الوسط الحسابي بين مقاييس النزعة المركزية ، ونظرا لدقته فانه اكثر مقاييس التشتت استعمالا وانتشارا ، وان صيغة الانحراف المعياري استنتجت بسبب التفكير بايجاد وسيلة للتخلص من الاشارات السالبة للانحرافات وذلك بتربيع هذه الانحرافات وهذا يطلق عليه التباين والذي يرمز له  $S^2$  وعليه فان التباين : هو مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على عددها .

مج ح<sup>٢</sup>

التباين =  $\frac{\text{مج ح}^2}{\text{ن}}$  حيث ان ح<sup>٢</sup> تعني انحراف القيم عن الوسط الحسابي وان ن

ن تعني عدد القيم

$$S^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}$$

والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي الموجب للتباين اي انه الجذر التربيعي لمجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على عددها ويرمز له S وعليه فان الانحراف المعياري يساوي:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}}$$

حيث ان S تعني الانحراف المعياري

$(X - \bar{X})$  تعني انحرافات القيم عن الوسط الحسابي

n تعني عدد القيم

والسبب في اخذ الجذر التربيعي هو لاجل ان يكون مقياس التشتت (الانحراف المعياري) مقاسا بنفس وحدات القيم الاصلية فقد قمنا بتربيع الانحرافات ولكي نرجع الى الوحدات الاصلية بعد التربيع لابد ان نأخذ الجذر التربيعي

### الانحراف المعياري لبيانات غير مبوبة :-

١-

هناك طريقتين :

أ- الطريقة المطولة باستخدام الانحرافات عن الوسط

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}}$$

مثال (١) : البيانات التالية اوزان عينة من الطلبة قوامها 10 طلاب

المطلوب : حساب قيمة الانحراف المعياري

البيانات : 56, 68, 72, 63, 65, 68, 71, 69, 62, 56,

الحل :

نحسب الوسط الحسابي لهذه البيانات

-١

$$56+68+72+63+65+68+71+69+62+56$$

$$\bar{X} = \frac{\quad}{10} = 65$$

10

نجد انحرافات القيم عن الوسط الحسابي ثم نجد

-٢

مجموع مربعات الانحرافات

-٣

نطبق صيغة القانون

X	(X- $\bar{X}$ )	(X- $\bar{X}$ ) <sup>2</sup>
56	-9	81
68	3	9
72	7	49
63	-2	4
65	0	0
68	3	9
71	6	36
69	4	16
62	-3	9
65	-9	81
المجموع		294

$$\frac{\sum (X-\bar{X})^2}{n}$$

$$294/10$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 - (\sum X)^2}{n}}$$

$$S = 5.422$$

س واجب اوجد الانحراف المعياري للقيم الاتية بالطريقة المطولة (الانحرافات )

القيم : 9 , 10 , 12 , 13 , 15 , 19

ب - الطريقة المختصرة (بدون استخدام الوسط الحسابي ) وذلك باستخدام الصيغة الاتية :

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{n}}$$

مثال : بالعودة الى المثال (١) السابق

المطلوب : ايجاد الانحراف المعياري للقيم بالطريقة المختصرة

خطوات الحل :

- ١- نجد مجموع القيم
- ٢- نجد مجموع مربعات
- ٣- نطبق صيغة القانون

القيم X	مربعات القيم X <sup>2</sup>
56	3136
68	4624
72	5184
63	3969
65	4225
68	4624
71	5041

69	4761
62	3844
56	3163
<hr/>	
$\sum X$ 650	$\sum X^2$ 42571

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 - (\sum X)^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{42571 - (650)^2}{10}} = \sqrt{\frac{321}{10}} = 5.665$$

س واجب اوجد الانحراف المعياري للقيم الاتية بالطريقة المختصرة والطريقة المطولة

19 , 13 , 10 , 12 , 10 , 9 ,

## ٢- حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبة

-٢

أ- الطريقة المطولة : (حساب انحرافات مراكز الفئات

-أ

عن الوسط الحسابي ) باستخدام الصيغة الاتية

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}}$$

حيث ان  $\sum f_i$  تعني مجموع التكرارات

$(x_i - \bar{X})$  انحرافات القيم عن الوسط الحسابي

خطوات الحل :

١- نجد مراكز الفئات  $X_i$   $\sum f_i X_i$

٢- نجد الوسط الحسابي باستخدام الصيغة  $\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$

٣- نجد انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي  $(X_i - \bar{X})$

٤- نربع انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي

٥- نضرب التكرارات في مربعات الانحراف

٦- نجمع حاصل الضرب

٧- نطبق الصيغة القانون

مثال (١)

الاتي جدول توزيع تكراري لدرجات مجموعة من الطلبة في امتحان فصلي

المطلوب : ايجاد الانحراف المعياري بالطريقة المطولة

الفئات	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	المجموع
التكرارات	5	10	20	10	5	50

الحل : الخطوات (١) (٢) (٤) (٥) (٦)

الفئات	$f_i$	$X_i$	$F_i X_i$	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$F_i (X_i - \bar{X})^2$
0-2	5	1	$5 \cdot 1 = 5$	$1 - 5 = -4$	$4^2 = 16$	$5 \cdot 16 = 80$
2-4	10	3	30	-2	4	40
4-6	20	5	100	0	0	0
6-8	10	7	70	2	4	40
8-10	5	9	45	4	16	80
$\sum$	50		250		40	240

الخطوة (٣) نجد الوسط الحسابي ويساوي

$$\sum f_i X_i = 250$$

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i} = \frac{250}{50} = 5$$

$$\sqrt{\frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{240}{50}} \quad \text{الخطوة (٧)}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i X_i^2 - (\sum f_i X_i)^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{\sum f_i X_i^2 - (\sum f_i X_i)^2}{\sum f_i}} = 2.190$$

ب- الطريقة المختصرة نستخدم الصيغة الآتية :

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i X_i^2 - \frac{(\sum f_i X_i)^2}{\sum f_i}}{\sum f_i}} \quad \text{أو} \quad S = \sqrt{\frac{\sum f_i X_i^2 - \frac{(\sum f_i X_i)^2}{\sum f_i}}{\sum f_i}}$$

يلاحظ ان هذه الصيغة هي نفس الصيغة لبيانات غير مبوبة (الطريقة المختصرة ) الا اننا ادخلنا التكرارات

وبالعودة الى المثال السابق : اوجد الانحراف المعياري بالطريقة المختصرة

الحل :

- ١- نجد مراكز الفئات
- ٢- ضرب مركز كل فئة بالتكرار المقابل له
- ٣- تربيع مراكز الفئات
- ٤- ضرب التكرار في مربع مركز الفئة المقابل له
- ٥- تطبيق صيغة القانون

الحل: الخطوات

الفئات	(١) $f_i$	(٢) $X_i$	(٣) $F_i X_i$	(٤) $X_i^2$	(٥) $F_i X_i^2$
0 -2	5	1	5*1=5	1 <sup>2</sup> =1	5*1=5
2-4	10	3	30	9	10*9=90
4 -6	20	5	100	25	500
6 -8	10	7	70	49	490
8 -10	5	9	45	81	405
$\sum$	50		250		1490

الخطوة (٥)

$$\sum f_i X_i^2 - \frac{(\sum f_i X_i)^2}{\sum f_i}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{1490 - (250)^2 / 50}{50}}$$

$$= \sqrt{\frac{1490 - 1250}{50}}$$

$$S = \sqrt{240 / 50}$$

$$S = \underline{\underline{2.190}}$$

س واجب الجدول الاتي يبين عدد المعامل و عدد العمال الذين يشتغلون في كل معمل  
المطلوب : ايجاد درجة التشتت في عدد العمال الذين يشتغلون في كل معمل باستخدام الطريقة  
المطولة والطريقة المختصرة

عدد المعامل	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	المجموع
عدد العمال	25	30	42	68	85	35	15	300

### الاسبوع الثالث عشر والرابع عشر

الارتباط البسيط ، مفهومه ، طرق حسابه للبيانات غير المبوبة (الطريقة المطولة  
والطريقة المختصرة )

### الارتباط Correlation

الارتباط : هو العلاقة بين ظاهرتين مثل العلاقة بين طول الشخص (سم) ووزنه (كغم) او  
العلاقة بين نسبة الشفاء من مرض معين وكمية الجرعة من الدواء المخصص للمريض وعمر  
المريض ، او العلاقة بين الدخل والاستهلاك والعلاقة بين درجات الطلبة وعدد ساعات الدراسة  
معامل الارتباط الخطي البسيط : هو المقياس الذي نقيس به درجة الارتباط .



والارتباط بين الظواهر اما ان يكون موجب او سالب وهذا لايعكس قوة الارتباط ، فقوة الارتباط تكون محصورة بين الصفر و +١ او -١ وكلما اقترب من الواحد يكون الارتباط قويا وكلما اقترب من الصفر يكون ضعيفا

اذا كان الارتباط = صفر يعني لا يوجد ارتباط واذا كان الارتباط = ١ (موجب او سالب) يعني ارتباط تام . ويرمز للارتباط بالرمز  $r_{xy}$

### الارتباط لبيانات غير مبوبة

١- الطريقة المختصرة (طريقة انحرافات القيم عن

الوسط الحسابي) وذلك باستخدام الصيغة الآتية :

$$\sum (X_i - \bar{X})(y - \bar{y})$$

$$r_{xy} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

حيث ان  $r_{xy}$  تعني الارتباط بين  $y$  و  $X$

$X_i$  قيم مشاهدات المجموعة الاولى و  $y_i$  قيم مشاهدات المجموعة الثانية

$\bar{X}$  الوسط الحسابي للمجموعة الاولى وان  $\bar{y}$  الوسط الحسابي للمجموعة الثانية

مثال (١)

احسب معامل الارتباط بين المتغيرين  $(X)$  و  $(y)$

قيم  $X$  2, 2, 5, 4, 5, 6, 3, 5, 4,

قيم  $y$  3, 5, 7, 8, 9, 11, 6, 8, 6,

الحل :

١ - نجد الوسط الحسابي لقيم  $X$  والوسط الحسابي لقيم  $Y$

٢ - نجد انحرافات القيم عن الوسط الحسابي لـ  $\bar{X}$  و لـ  $\bar{Y}$

٣ - نربع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي لـ  $X$  ولـ  $Y$

$$\sum X_i \quad 36$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\sum y_i \quad 63$$

$$\ddot{Y} = \frac{\quad}{n} = \frac{\quad}{9} = 7$$

تكملة الحل في الورقة التالية

Yi	Xi	(Yi - $\ddot{y}$ )	(Xi - $\ddot{X}$ )	(Yi - $\ddot{y}$ ) <sup>2</sup>	(Xi - $\ddot{X}$ ) <sup>2</sup>	(Yi - $\ddot{y}$ ) (Xi - $\ddot{X}$ )
3	2	-4	2-4 = -2	16	4	8
5	2	-2	-2	4	4	4
7	5	0	1	0	1	0
8	4	1	0	1	0	0
9	5	2	1	4	1	2
11	6	4	2	16	4	8
6	3	-1	-1	1	1	1
8	5	1	1	1	1	1
6	4	-1	0	1	0	0
Σ63	Σ36		0	Σ44	Σ16	Σ24

$$r_{xy} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}} = \frac{24}{\sqrt{(16)(44)}} = 0.905$$

الارتباط موجب

س واجب احسب معامل الارتباط البسيط بين  $y$  و  $X$  للبيانات الآتية :

قيم  $X$  2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 ,

قيم  $y$  0 , 3 , 4 , 4 , 6 , 11 ,

٢- الطريقة المطولة باستخدام القيم الأصلية وحسب الصيغة الآتية :

$$r = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{\sqrt{[n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2] [n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2]}}$$

مثال : البيانات الآتية تمثل الدخل ( $X$ ) والاستهلاك ( $y$ ) بالدينار العراقي

المطلوب : حساب العلاقة بين الدخل والاستهلاك

$X$  200 , 300 , 400 , 600 , 900

$Y$  180 , 270 , 320 , 480 , 700

الحل : ١- نجد مجموع  $X$  ٢- نجد مجموع  $y$  ٣- نضرب  $X$  في  $y$  ٤- نجد مجموع  $X^2$  ومجموع  $y^2$

$X_i$	$Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$
200	180	36000	40000	32400
300	270	81000	90000	72900
400	320	128000	160000	102400
600	480	288000	360000	230400
900	700	630000	810000	490000

$$\sum 2400 \quad \sum 1950 \quad \sum 1163000 \quad \sum 1460000 \quad \sum 928100$$

$$n \sum X_i y_i - \sum X_i \sum y_i$$

$$r = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\sqrt{[n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2] [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}$$

$$5(1163000) - (2400)(1950)$$

$$r = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\sqrt{[5 \cdot 1460000 - (2400)^2] [5 \cdot 928100 - (1950)^2]}$$

$$5815000 - 4680000$$

$$r = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\sqrt{[7300000 - 5760000][4640500 - 3802500]}$$

$$1135000$$

$$1135000$$

$$r = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = 0.999$$

$$\sqrt{[1540000][838000]}$$

$$1136010.5$$

العلاقة بين الدخل والاستهلاك عالية جدا وقوية موجبة وقريبة من الواحد

س واجب احسب معامل الارتباط للمتغيرين y و X باستخدام الطريقة المطولة

$$X \quad 2, 2, 5, 4, 5, 6, 3, 5, 4,$$

$$y \quad 3, 5, 7, 8, 9, 11, 6, 8, 6,$$

## الاسبوع الخامس عشر والسادس عشر

### ارتباط الرتب (سبيرمان وسبيرمان المعدل)

ان الصيغ السابقة الخاصة لحساب معامل الارتباط البسيط تستند بالحقيقة على اعتبار ان المتغيرات المعتمدة في الحساب هي متغيرات من النوع الكمي . الا انه من الناحية العملية هناك

الكثير من الحالات التي تكون فيها المتغيرات من النوع الوصفي ( اي متغيرات غير قابلة للقياس كالمهنة ، الحالة الاجتماعية ، تقديرات درجات وغيرها). وبهدف حساب الارتباط بين متغيرات من هذا النوع فانه لايمكن استخدام الصيغ السابقة مباشرة لهذا الغرض بل اجراء بعض التحويلات عليها بالشكل الذي يجعلها ممكنة الاستخدام . ان المعامل الذي يقيس درجة الترابط ما بين صفتين يدعى بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان

**معامل ارتباط الرتب :** هو الذي يمثل درجات الارتباط بين المتغيرات من النوع الوصفي ( متغيرات وصفية)

$$6\sum d_i^2$$

$$r_{Xy} = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$n(n^2-1)$$

حيث ان  $d_i = X_i - y_i$  اي انحراف قيم الرتب  $X_i$  عن قيم الرتب  $y_i$  ويعني هذا ان معامل الارتباط البسيط يساوي

$$6\sum (X_i - y_i)^2$$

$$r_{Xy} = 1 - \frac{6\sum (X_i - y_i)^2}{n(n^2-1)}$$

$$n(n^2-1)$$

مثال : الاتي تقديرات 6 طلبة في امتحان الرياضيات والاحصاء

المطلوب : حساب العلاقة بين تقديرات المادتين

تقديرات X ضعيف ، امتياز ، جيد ، متوسط ، مقبول ، جيد جدا

تقديرات y مقبول ، جيد جدا ، جيد ، ضعيف ، متوسط ، امتياز

الحل : الخطوات

١- لتحويل التقديرات الى ارقام نعطي لهذه التقديرات

ارقام متسلسلة ونرتبها اما تصاعديا او تنازليا وكما يلي :

ضعيف	مقبول	متوسط	جيد	جيد جدا	امتياز
1	2	3	4	5	6

٢- نرتب تقديرات X وتقديرات y ترتيبا تصاعديا او

ترتيبنا تنازليا

- ٣- نجد  $d_i$  من العلاقة  $(X_i - y_i)$
- ٤- نجد تربيع  $d_i$  ثم نجمع  $d_i^2$
- ٥- نطبق صيغة القانون

ترتيب التقديرات	تسلسل الرتب	ترتيب X	ترتيب y	$d_i = (X_i - y_i)$	$d_i^2$
ضعيف	1	1	2	-1	1
مقبول	2	6	5	1	1
متوسط	3	4	4	0	0
جيد	4	3	1	2	4
جيد جدا	5	2	3	-1	1
امتياز	6	5	6	-1	1
					$\Sigma = 8$

$$6 \Sigma d_i^2 \quad 6(8) \quad 48$$

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \Sigma d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{48}{6(36 - 1)} = 1 - \frac{48}{210}$$

$$= 1 - 0.228 = 0.775$$

س واجب الاتي تقديرات 6 طلبة في مادتي الرياضيات والاحصاء

المطلوب : ايجاد معامل الارتباط بين تقديرات الطلبة

الرياضيات X متوسط جيد مقبول ضعيف امتياز جيد جدا

الاحصاء y جيد متوسط ضعيف مقبول جيد جدا امتياز

### ارتباط سبيرمان المعدل

في حالة تكرار بعض قيم احد المتغيرين او كليهما عندئذ لا يمكن استخدام صيغة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بل يستوجب اجراء بعض التعديلات عليها وعلى النحو التالي :

بعد ترتيب قيم المتغير (الصفات) على نحو تصاعدي او تنازلي يتم تخصيص قيم سلسلة الاعداد الطبيعية كرتب لهذه الصفات ، ومن ثم يتم حساب معدل القيم المخصصة واعادة تخصيصه لتلك الصفات المكررة ، بعد ذلك يتم التعديل من خلال اضافة الكمية  $m(m^2-1)/12$  الى  $\sum di^2$  ، حيث  $m$  تمثل عدد مرات تكرار الصفة ، هذه الكمية تضاف الى  $\sum di^2$  مقابل كل صفة مكررة . هذا الاجراء يتم لكلا المتغيرين  $X$  و  $y$  .

مثال : الاتي تقديرات لكفاءة عشرة من العاملين في احد المصانع من حيث ادارتهم في تشغيل نوعين من المكائن الحديثة .

المطلوب : حساب معامل الارتباط البسيط

تقديرات نوع  $X$  من المكائن : جيد ، متوسط ، جيد جدا ، متوسط ، امتياز ، ضعيف ، مقبول ، متوسط ، جيد ، جيد .

تقديرات نوع  $y$  من المكائن : متوسط ، جيد ، جيد ، مقبول ، جيد جدا ، مقبول ، ضعيف ، متوسط ، متوسط ، امتياز .

الحل:

- ١- نرتب تقديرات المتغير  $X$  تصاعديا او تنازليا ، ثم نضع لها ارقام متسلسلة
- ٢- نجد معدل الرتب (رتب  $X$ )
- ٣- نرتب تقديرات المتغير الاخر  $y$  اما تصاعديا او تنازليا ونضع لها ارقام متسلسلة
- ٤- نجد معدل رتب  $y$
- ٥- نجد  $di$  من العلاقة  $(X_i - y_i)$
- ٦- نربع  $di$  ثم نجد مجموع  $di^2$
- ٧- نحسب عدد التكرارات للتقديرات المتكررة لكل متغير  $X$  و  $y$  من خلال احتساب التعديلات وذلك باضافة الكمية  $m(m^2-1)/12$
- ٨- نجمع التعديلات الكلية للمتغيرين معا
- ٩- نحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان المعدل من الصيغة الاتية :

$$r_{xy} = 1 - \frac{6(\sum di^2 + t)}{n(n^2-1)}$$

تقديرات X	ترتيب X تصاعديا	معدل رتب X	تقديرات y	ترتيب y تصاعديا	معدل رتب y	di Xi-yi	di <sup>2</sup>
جيد	1 ضعيف	7	متوسط	1 ضعيف	5	2	4
متوسط	2 مقبول	4	جيد	2 مقبول	7.5	- 3.5	12.25
جيد جدا	3 متوسط	9	جيد	3 مقبول	7.5	1.5	2.25
متوسط	4 متوسط	4	مقبول	4 متوسط	2.5	1.5	2.25
امتياز	5 متوسط	10	جيد جدا	5 متوسط	9	1	1
ضعيف	6 جيد	1	مقبول	6 متوسط	2.5	-1.5	2.25
مقبول	7 جيد	2	ضعيف	7 جيد	1	1	1
متوسط	8 جيد	4	متوسط	8 جيد	5	-1	1
جيد	9 جيد جدا	7	متوسط	9 جيد جدا	5	2	4
جيد	10 امتياز	7	امتياز	10 امتياز	10	-3	9
							<hr/> Σ=39

نحسب عدد التكرارات وكالاتي :

تكرارات المتغير X : لقد تكرر التقدير المتوسط 3 مرات فيعني ان  $m=3$  وعليه

$$m(m^2-1)\backslash 12 = 3(3^2-1)\backslash 12 = 24\backslash 12 = 2$$

عدد تكرارات التقدير جيد هو 3 فاذن

$$m(m^2-1)\backslash 12 = 3(9-1)\backslash 12 = 24\backslash 12 = 2$$

تكرارات المتغير y : التقدير مقبول تكرر مرتين وعليه فان  $m=2$

$$m(m^2-1)\backslash 12 = 2(2^2-1)\backslash 12 = 2(4-1)\backslash 12 = 6\backslash 12 = 0.5$$

المتوسط تكرر 3 مرات فاذن  $m=3$

$$3(3^2-1)\backslash 12 = 3*8\backslash 12 = 24\backslash 12 = 2$$

التقدير جيد تكرر مرتين فان  $m=2$



$$2(2^2-1)\sqrt{12} = 2*3\sqrt{12} = 6\sqrt{12} = 0.5$$

وعليه فان التعديل الكلي =

$$2+2+0.5+2+0.5 = 7$$

وبذلك معامل ارتباط الرتب لسبيرمان المعدل يكون

$$r_{XY} = 1 - \frac{6(\sum d_i^2 + t)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(39+7)}{10(10^2-1)} = 1 - \frac{6(46)}{990}$$

$$= 1 - \frac{276}{990} = 1 - 0.2787 = 0.721$$

### الاسبوع السابع عشر : ارتباط البيانات المبوبة (للصفات)

افرض وجود توزيع تكراري مزدوج عدد صفوفه (فئات المتغير الاول) ويرمز له K وعدد اعمدته (فئات المتغير الثاني) ويرمز له m ، وهذا يعني ان عدد خلايا هذا التوزيع Km. وان  $f_i$  تمثل تكرار الخلية المقابلة لفئة المتغير الاول (X) وان  $f_j$  يمثل تكرار الخلية المقابلة للمتغير الثاني (y) وافرض ايضا ما يلي :

$X_i$  مراكز فئات المتغير X (الصفوف)

$Y_i$  مراكز فئات المتغير y (الاعمدة)

$f_i$  مجاميع التكرارات المقابلة لفئات X

$f_j$  مجاميع التكرارات المقابلة لفئات y

$L_i$  طول كل فئة من فئات X

$L_j$  طول كل فئة من فئات y

A يمثل وسط فرضي اختير من بين مراكز فئات X

B يمثل وسط فرضي اختير من بين مراكز فئات y

$$X_i - A$$

$$U_i = \frac{X_i - A}{L_i} \text{ وان}$$

$$L_i$$

$$Y_j - B$$

$$V_j = \frac{Y_j - B}{L_j} \text{ وان}$$

$$L_j$$

وان  $f_i U_i$  هي حاصل ضرب  $U_i$  في  $f_i$

وان  $f_j V_j$  هي حاصل ضرب  $V_j$  في  $f_j$

وان  $f_i U_i^2$  هي حاصل ضرب مربع  $U_i$  في  $f_i$

وان  $f_j V_j^2$  هي حاصل ضرب مربع  $V_j$  في  $f_j$

وان  $f_{ij} U_i V_j$  هي حاصل ضرب  $U_i$  في  $V_j$  في تكرار الخلية المقابلة للفئة  $i$  من  $X$  والفئة  $j$  من  $Y$

وان  $n$  تمثل المجموع الكلي للتكرارات في التوزيع المزدوج وان  $n = \sum f_j = \sum f_i$  عندئذ وفق هذه المعطيات يمكن حساب معامل الارتباط بين  $X$  و  $Y$  وفق الصيغة الآتية :

$$n \sum^k \sum^m U_i V_j f_{ij} - (\sum U_i f_i) (\sum V_j f_j)$$

$$r_{xy} = \frac{\dots}{\sqrt{[n \sum^k U_i^2 f_i - (\sum^k U_i f_i)^2] [n \sum^m V_j^2 f_j - (\sum^m V_j f_j)^2]}}$$

$$\sqrt{[n \sum^k U_i^2 f_i - (\sum^k U_i f_i)^2] [n \sum^m V_j^2 f_j - (\sum^m V_j f_j)^2]}$$

مثال :

الآتي توزيع تكراري مزدوج لدرجات 100 طالب في مادتي الاحصاء  $X$  والرياضيات  $Y$

المطلوب : حساب معامل الارتباط البسيط ما بين  $X$  و  $Y$

	$Y$					
$X$	30- 40	40-50	50-60	60-70	70-80	$f_i$

40-50	2	4	6			12
50-60	3	6	7	1		17
60-70	1	3	10	4	1	19
70-80		3	5	8	9	25
80-90			2	5	11	18
90-100			1	3	5	9
fj	6	16	31	21	26	100

خطوات الحل :

- ١- نجد مركز فئة X  $X_i - A$
- ٢-  $U_i = \text{حيث ان}$  نجد  $U_i$
- ٣- نجد حاصل ضرب  $U_i f_i$  ثم نجمع حاصل الضرب
- ٤- نجد حاصل ضرب مربع  $U_i$  في  $f_i$  ثم نجمع
- ٥- حاصل الضرب
- ٥- نجد مركز فئة y  $Y_j - B$
- ٦-  $V_j = \text{حيث ان}$  نجد  $V_j$
- ٧- نجد حاصل ضرب  $V_j f_j$  ثم نجمع حاصل الضرب
- ٨- نجد حاصل ضرب مربع  $V_j$  في  $f_j$  ونجمع حاصل
- ٩- الضرب
- ٩- نجد حاصل ضرب  $U_i V_j f_{ij}$
- ١٠- نجد حاصل ضرب  $V_j U_i f_{ij}$  ثم نطبق صيغة القانون

Y \ X	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	f <sub>i</sub>	X <sub>i</sub>	U <sub>i</sub>	U <sub>i</sub> f <sub>i</sub>	U <sub>i</sub> <sup>2</sup> f <sub>i</sub>	U <sub>i</sub> V <sub>j</sub> f <sub>ij</sub>
-------	-------	-------	-------	-------	-------	----------------	----------------	----------------	-------------------------------	--	---

40-50	$\begin{matrix} 2 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix}$	12	45	-2	-24	48	16
50-60	$\begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 7 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ - \end{matrix}$	17	55	-1	17	17	11
60-70	$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 10 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$	19	65	0	0	0	0
70-80	$\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ -3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 8 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 9 \\ 18 \end{matrix}$	25	75	1	25	25	23
80-90	$\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 10 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 11 \\ 44 \end{matrix}$	18	85	2	36	72	54
90-100	$\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 30 \end{matrix}$	9	95	3	27	81	39
fj	6	16	31	21	26	100			$\Sigma 47$	$\Sigma 234$	$\Sigma 143$
Yj	35	45	55	65	75	—					
Vj	-2	-1	0	1	2	—					
Vjfj	-12	-16	0	21	25	$\Sigma 45$					
Vj <sup>2</sup> fj	24	16	0	21	104	$\Sigma 156$					
VjUifij	14	11	0	26	92	$\Sigma 143$					

$$n \sum \sum U_i V_j f_{ij} - (\sum U_i f_i)(\sum V_j f_j)$$

$$r_{xy} = \frac{\sum [U_i V_j f_{ij}] - \frac{(\sum U_i f_i)(\sum V_j f_j)}{n}}{\sqrt{[\sum U_i^2 f_i - \frac{(\sum U_i f_i)^2}{n}][\sum V_j^2 f_j - \frac{(\sum V_j f_j)^2}{n}]}}$$

$$\frac{100(143) - (47)(45)}{\sqrt{[100(156) - (45)^2][100(243) - (47)^2]}}$$

$$= \frac{100(143) - (47)(45)}{\sqrt{[100(156) - (45)^2][100(243) - (47)^2]}}$$

$$r_{XY} = \frac{100(143) - (47)(45)}{\sqrt{[100(156) - (45)^2][100(243) - (47)^2]}} = 0.659$$

$$= \frac{100(143) - (47)(45)}{\sqrt{[100(156) - (45)^2][100(243) - (47)^2]}}$$

الاسبوع الثامن عشر

## معامل الاقتران Coefficient of Association

يعرف معامل الاقتران بأنه :مقياس لقياس العلاقة بين متغيرين وصفيين مفرغة بياناتهما في جدول توافق ذو مرتبة 2\*2 لايمكن اخضاعهما للقياس الكمي . افرض ان  $X_i$  و  $y_i$  متغيرين من النوع الوصفي وعليه يمكن تصور جدول التوافق ذو المرتبة 2\*2 وبالشكل التالي :

$y \backslash X$	Y1	Y2	مجموع
X1	f11	f12	f1
X2	f21	f22	f2
مجموع	f.1	f.2	n

وعليه فان معامل الاقتران بين المتغيرين X و y يستخرج وفق الصيغة الاتية :

$$f_{11} f_{22} - f_{12} f_{21}$$

$$C.A = \frac{\quad}{\quad}$$

$$f_{11} f_{22} + f_{12} f_{21}$$

حاصل ضرب العناصر القطرية الرئيسية – حاصل ضرب العناصر الثانوية

بمعنى ان معامل الاقتران =

حاصل ضرب العناصر القطرية الرئيسية + حاصل ضرب العناصر الثانوية

وان قيمة معامل الاقتران تتراوح بين +1 و -1

مثال (١)

من المعلوم ان عادة التدخين تؤثر تأثيرا سيئا على الصحة العامة للفرد

المطلوب : ايجاد العلاقة بين الحالة الصحية وعادة التدخين .

الحل :

عادة التدخين \ الحالة الصحية	يدخن	لا يدخن	المجموع
جيدة	F11 40	F12 50	90
غير جيدة	F21 50	F22 60	110
المجموع	90	110	200

$$f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21} = (40)(60) - (50)(50)$$

$$C.A = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}}{f_{11}f_{22} + f_{12}f_{21}} = \frac{(40)(60) - (50)(50)}{(40)(60) + (50)(50)}$$

$$= \frac{2400 - 2500}{2400 + 2500} = \frac{-100}{4900} = -0.02$$

$$\text{العلاقة عكسية} = -0.02$$

$$= \frac{-100}{4900} = -0.02$$

مثال (٢)

الجدول التالي يبين عدد الحوادث التي تعرضت لها شاحنات لنقل البضائع خلال فترة زمنية معينة موزعة حسب نوع الحادث وحالة الجو

المطلوب : ايجاد معامل الاقتتران لهذا التوزيع

X \ Y	دهس	اصطدام	مجموع
صحو	25	12	37
ممطر	10	50	60
مجموع	35	69	97

الحل :

$$C.A = \frac{F_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}}{F_{11}f_{22} + f_{12}f_{21}} = \frac{(25)(50) - (12)(10)}{(25)(50) + (12)(10)} = \frac{1250 - 120}{1250 + 120} = \frac{1130}{1370} = 0.824$$

العلاقة قوية جدا

س واجب افرض ان اثناء وباء التيفوئيد مثلا اجرى احد الاطباء تجربة مصل جديد على عينة من الافراد حجمها (343) وكانت النتائج كما في الجدول التالي

المطلوب : حساب معامل الاقتران بين حالة التلقيح بالمصل والاصابة بالمرض

المجموع	لم يلحق بالمصل	لحق بالمصل	التلقيح الاصابة
305	113	192	لم يصب بالمرض
38	4	34	اصيب بالمرض
343	117	226	المجموع

## الاسبوع التاسع عشر

### معامل التوافق Coefficient of contingency

درسنا في الفقرة السابقة ان استخدام معامل الاقتران مقصورا على الظواهر التي تنقسم الى مجموعتين ، اما اذا كانت احد الظاهرتين اللتين نبحت العلاقة بينهما او كليتهما تنقسم الى اكثر من نوعين ، فان معامل الاقتران لا يساعدنا في هذه الحالة وعندئذ نستخدم معامل التوافق الذي وضعه بيرسون لقياس العلاقة بين الصفات غير المقيسة او بين صفات بعضها تقاس بالارقام وبعضها لا يقاس . ومعامل التوافق حسب الصيغة الآتية

$$C = \sqrt{\frac{r-1}{r}}$$

$$r_1 = \frac{f_{11}^2}{T_{1.1}T_{.1}} + \frac{f_{12}^2}{T_{1.1}T_{.2}} + \frac{f_{13}^2}{T_{1.1}T_{.3}} + \frac{f_{1m}^2}{T_{1.1}T_{.m}} - \frac{1}{T_{1.}} \sum_i f_{1i}^2$$

$$r_2 = \frac{f_{21}^2}{T_{2.1}T_{.1}} + \frac{f_{22}^2}{T_{2.2}T_{.2}} + \frac{f_{23}^2}{T_{2.2}T_{.3}} + \frac{f_{2m}^2}{T_{2.2}T_{.m}} - \frac{1}{T_{2.}} \sum_i f_{2i}^2$$

$$r = r_1 + r_2 + r_3$$

وهكذا  $r_3$  و  $r_4$  لجميع الصفوف اي ان

مثال : الجدول الاتي يبين عدد حوادث الطرق التي تعرضت لها شاحنات لنقل البضائع خلال فترة زمنية موزعة حسب نوع الحادث وحالة الجو المطلوب : ايجاد معامل التوافق لهذا التوزيع

نوع الحادث حالة الجو	دهس	اصطدام	انقلاب	المجموع
صحو	25	12	9	49
ممطر	10	50	35	95
ضباب	20	45	40	105
المجموع	55	107	84	246

الحل :



١- نجد  $r_1$  من الصيغة الآتية :

$$r_1 = \frac{f_{11}^2}{T_{.1T.1}} + \frac{f_{12}^2}{T_{.1T.2}} + \frac{f_{13}^2}{T_{.1T.3}}$$

$$r_1 = \frac{25^2}{(46)(55)} + \frac{12^2}{(46)(107)} + \frac{9^2}{(46)(84)} = \frac{2530}{2530} + \frac{144}{4922} + \frac{81}{3864}$$

$$r_1 = 0.247 + 0.02 + 0.020 = \mathbf{0.296}$$

$$r_2 = \frac{10^2}{(95)(55)} + \frac{50^2}{(95)(107)} + \frac{35^2}{(95)(84)}$$

$$r_2 = \frac{20^2}{(95)(55)} + \frac{45^2}{(95)(107)} + \frac{40^2}{(95)(84)}$$

$$r_2 = \frac{(105)(55)}{(105)(55)} + \frac{(105)(107)}{(105)(107)} + \frac{(105)(84)}{(105)(84)} = \mathbf{0.419}$$

$$r_3 = \frac{10^2}{(105)(55)} + \frac{50^2}{(105)(107)} + \frac{35^2}{(105)(84)}$$

$$r_3 = \frac{(105)(55)}{(105)(55)} + \frac{(105)(107)}{(105)(107)} + \frac{(105)(84)}{(105)(84)} = \mathbf{0.431}$$

$$r = r_1 + r_2 + r_3$$

$$= 0.296 + 0.419 + 0.431 = \mathbf{1.146}$$

$$C.C = \sqrt{\frac{1.146 - 1}{1.146}} = \mathbf{0.358}$$

س واجب كانت نتائج مجموعة من الطلبة في الامتحانات النهائية كما في الجدول التالي  
المطلوب : تقدير العلاقة بين تحصيل الطالب والمواظبة على حضور المحاضرات

المواظبة	جيد	متوسط	رديئ	المجموع
التحصيل الدراسي				

الناجين	80	20	5	105
المكملين	30	40	40	110
الراسبين	10	40	85	135
المجموع	120	100	130	350

## الاسبوع العشرون

السلاسل الزمنية ، مفهومها واستخداماتها

### Time Senes السلاسل الزمنية

السلسلة الزمنية : هي مجموعة من القيم المشاهدة لظاهرة معينة لمدة من الزمن (عدة سنوات ) في فترات زمنية متساوية . ان مجموعة القيم الدالة على صادرات العراق السنوية من التمر من سنة 1924 — 1970 هي ساسلة زمنية . وان المبالغ الدالة على مقدار ما يبيعه احد المخازن في اليوم ولمدة اسبوع هي سلسلة زمنية ايضا ، وكذلك اعتبار الجدول الذي يشير الى درجات الحرارة في بغداد في نهاية كل ساعة ولمدة يوم كامل هو سلسلة زمنية وهكذا . لذلك يمكن اعتبار السلسلة الزمنية علاقة بين متغيرين هما قيمة الظاهرة والزمن .

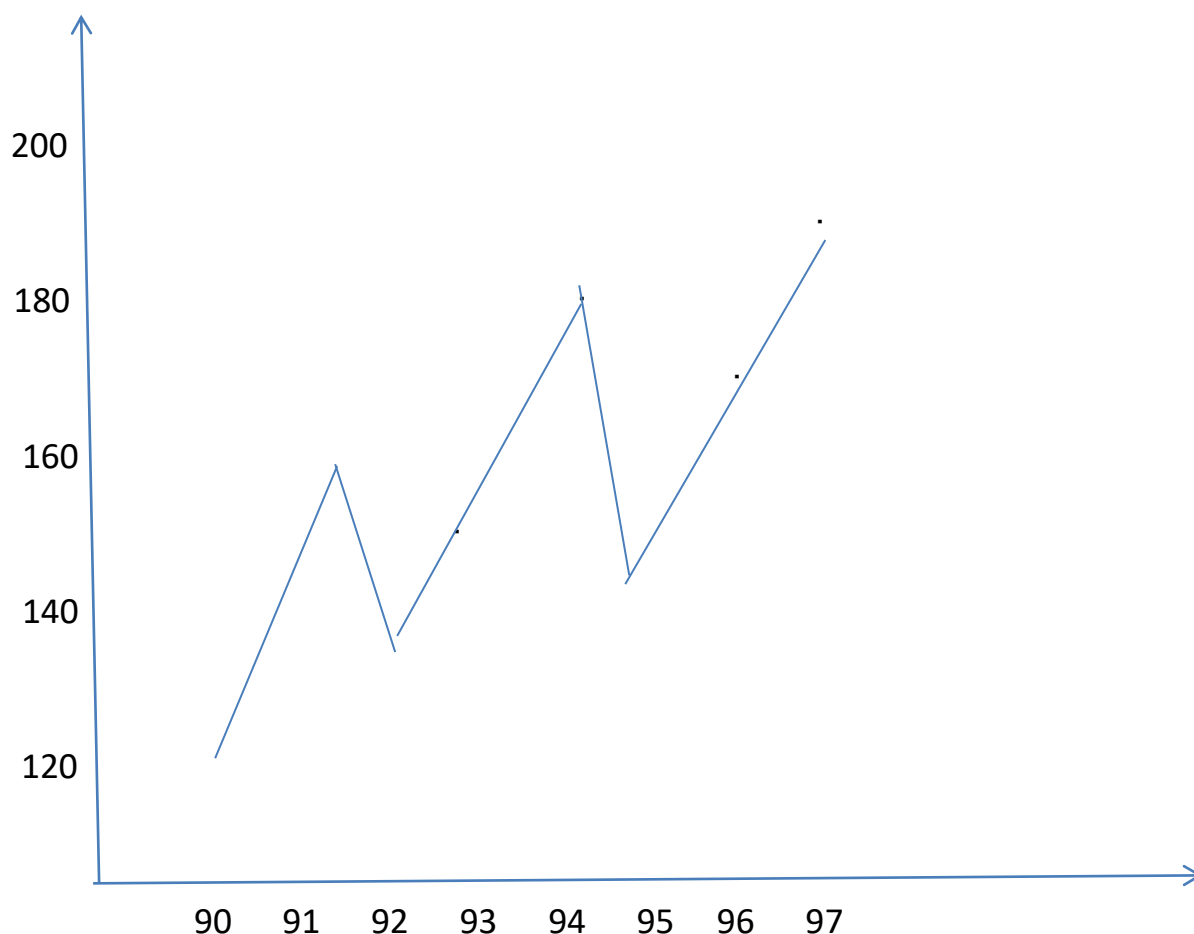
تهتم كثير من الدراسات ولاسيما الاقتصادية والاجتماعية بدراسة السلسلة الزمنية وذلك لان كثيرا من الظواهر الاقتصادية كالصادرات السنوية مثلا استعرضت وبحثت لعدد من السنين فانه يمكن معرفة طبيعة التغيرات التي تطرأ على قيم الظاهرة مع الزمن وتحديد الاسباب والنتائج وتفسير العلاقات المشاهدة بينها والتنبؤ بما سيحدث من تغير على قيم الظاهرة في المستقبل على ضوء ما حدث لها في الماضي .

مثال : البيانات التالية تمثل الكميات المستوردة من الحبوب خلال ثمانية سنوات بالطن

المطلوب : تمثيل هذه السلسلة بيانيا

السنوات	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
الكميات	120	160	130	150	180	140	170	190

الرسم البياني



من الرسم البياني ستبين بان رغم التذبذبات فان المنحنى الى ارتفاع بمرور الزمن

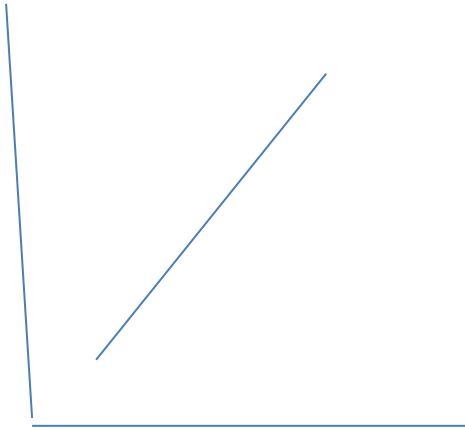
**تحليل السلسلة الزمنية :** ان دراسة السلسلة الزمنية يقتضي تحليلها الى العوامل المؤثرة فيها وقد وجد ان السلسلة الزمنية تتاثر بالعوامل الاتية :

- ١- الاتجاه العام
- ٢- التغيرات الموسمية
- ٣- التغيرات الدورية
- ٤- التغيرات العرضية

**١-الاتجاه العام :** هو العامل الاكثر تأثيرا على القيم الظاهرة في المدى الطويل فمثلا عدد سكان العراق خلال الاربعين سنة الماضية يمثل سلسلة زمنية متأثرة بدرجة كبيرة بالاتجاه العام . نظرا لميل جميع الاعداد المكونة لهذه السلسلة الى التزايد بصورة عامة . يكون الاتجاه العام موجب عندما تتزايد قيمة الظاهرة على مرور الزمن فمثلا نمو السكان يمثل سلسلة زمنية اتجاهها العام موجب .

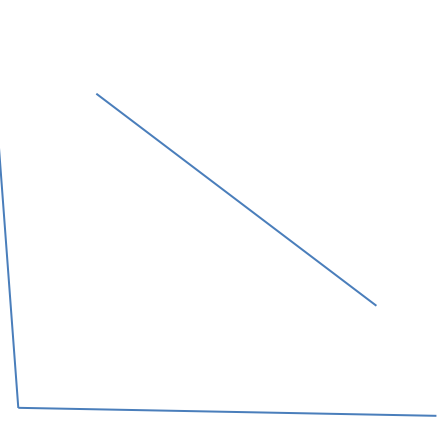
ويكون الاتجاه العام سالبا عندما تتناقص قيم الظاهرة على مرور الزمن فمثلا الوفيات الناتجة عن الإصابة بمرض الجدري تكون سلسلة زمنية اتجاهها سالب .

والاتجاه العام يكون مستقيما اذا كان التغير في قيم الظاهرة كمية ثابتة موجبة او سالبة ويكون الاتجاه العام غير مستقيم ( منحنى ) اذا كان التغير في قيم الظاهرة غير ثابت خلال المدة ويمكن توضيح ذلك بالشكلين الاتيين .



حالة النمو المستمر

الاتجاه العام موجب



حالة الانكماش (النقص)

الاتجاه العام سالب

٢ - **التغيرات الموسمية** : تشير التغيرات الموسمية الى متوسط التغير المنظم الذي يحدث خلال سنة واحدة او فصل واحد او شهر واحد .... الخ ان التغيرات الموسمية تتكرر خلال فترات منتظمة تتكون نتيجة اختلاف المناخ او عادات اجتماعية او مناسبات دينية او ماشابه ذلك. فمثلا التغيرات الموسمية في زيادة الاستهلاك من وقود التدفئة في فصل الشتاء وزيادة الطلب على المراوح في فصل الصيف لذلك يمكن التنبؤ بمقدار الظاهرة في المستقبل حسب فصول او اشهر السنة

٣ - **التغيرات الدورية** : هي التغيرات التي تتكرر خلال فترة زمنية تزيد عن سنة مثل تعاقب الدورات الاقتصادية ( الرخاء والانكماش ) وتسمى بالتذبذبات الدورية وانها اقل انتظاما من التغيرات الموسمية.

٤ - **التغيرات العرضية** : هي التغيرات التي تحدث لاسباب غير متوقعة مثل الحروب والكوارث الطبيعية ، ويصعب التنبؤ بالفترات التي يمكن ان تحدث فيها هذه التغيرات .

## الاسبوع الحادي والعشرين والثاني والعشرين

### طرق ايجاد خط الاتجاه العام

- طريقة متوسطي نصفي السلسلة
- طريقة المتوسطات المتحركة
- طريقة المربعات الصغرى

### طريقة متوسطي نصفي السلسلة

بموجب هذه الطريقة تقسم السلسلة الى قسمين يفضل ان يكونا متساويين ثم نوجد الوسط الحسابي للقيم في كل قسم فنحصل على نقطتين على خط السلسلة الزمنية . ثم نرسم مستقيما بين النقطتين فيكون هو خط الاتجاه العام . ان هذه الطريقة بسيطة ولكن النتائج التي نحصل عليها قد لا تكون دقيقة كذلك فان العمل بهذه الطريقة يقتصر على الحالات التي يكون فيها الاتجاه العام مستقيما او قريبا من الاستقامة

مثال :

اوجد خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية الاتية باستخدام طريقة متوسطي نصفي السلسلة

السنوات : 1955 , 1956 , 1957 , 1958 , 1959 , 1960 , 1961 , 1962 , 1963 , 1964

السكان : 5.93 , 6.09 , 6.26 , 6.45 , 6.67 , 6.89 , 7.13 , 7.37 , 7.62 , 7.88

(بالملايين)

الحل :

نقسم السلسلة الى قسمين متساويين الاول من سنة (1955 – 1959) والسنة الوسطى فيه هي سنة 1957 والقسم الثاني من السلسلة من سنة ( 1960 -1964) والسنة الوسطى فيه هي سنة 1962 ومن ثم نجد الوسط الحسابي لكل قسم وكالاتي :

الوسط الحسابي للقسم الاول يساوي

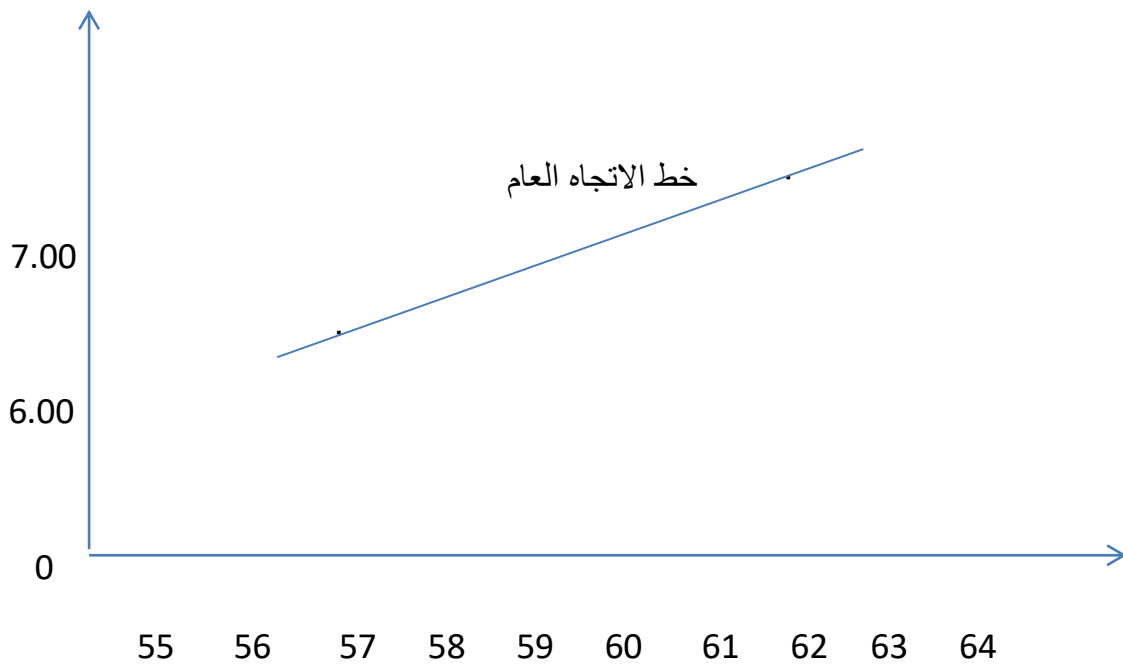
$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{5.93 + 6.09 + 6.26 + 6.45 + 6.67}{5} = \underline{\underline{6.28}}$$

الوسط الحسابي للقسم الثاني

$$6.89 + 7.13 + 7.37 + 7.62 + 7.88$$

$$\bar{X} = \frac{\quad}{5} = \underline{7.38}$$

نرسم الاحداثي السيني (المحور الافقي) ويمثل السنوات والاحداثي الصادي (المحور العمودي) ويمثل عدد السكان بالملايين ونحدد النقطتين (الوسط الحسابي لكل قسم) ثم نرسم خط مستقيم يصل بين النقطتين فنحصل على خط الاتجاه العام



### طريقة المتوسطات المتحركة :

بموجب هذه الطريقة نختار عدد من السنين ولتكن ثلاثة سنوات او خمس سنوات ونحسب متوسط قيم الظاهرة لهذه السنين ثم نترك القيمة الاولى من القيم التي اخذناها ونأخذ بدلها القيمة التالية للمجموعة السابق اخذها فنحصل على قيم بنفس عدد القيم السابقة ونأخذ متوسطها ثم نترك القيمة الاولى من المجموعة الجديدة ونأخذ بدلها القيمة التالية للمجموعة ثم نستخرج متوسطها وهكذا نحصل على المتوسطات المتحركة لقيم الظاهرة ثم نضع المتوسط لكل مجموعة امام القيمة الوسطى من قيمها ان كان عددها فرديا وامام احدى القيمتين الوسطيتين ان كان عددا زوجيا ثم نثبت هذا المتوسط على شكل نقاط ونصل بينها بخط مستقيم فيكون خط الاتجاه العام .

مثال :

الجدول الاتي يبين قيم المبيعات الفعلية  $y_i$  لاحد مصانع السمنت ولل سنوات من 1990-1998

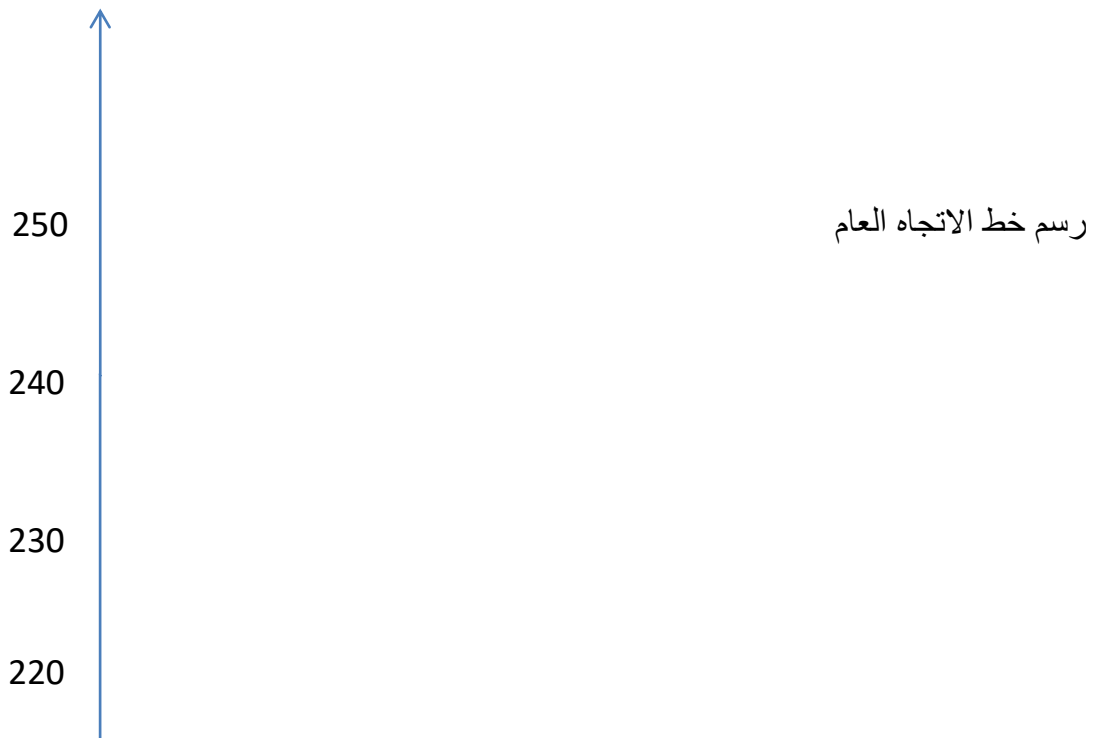
المطلوب : رسم خط الاتجاه العام باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة .

السنوات : 1990 , 1991 , 1992 , 1993 , 1994 , 1995 , 1996 , 1997 , 1998

المبيعات بالملايين : 210 , 240 , 230 , 220 , 260 , 250 , 230 , 220 , 280

الحل : نفرض ان عدد السنين المناسب هو ثلاث سنوات

السنوات	المبيعات $y_i$	مجموع ثلاث سنوات	متوسط ثلاث سنوات (المتوسطات المتحركة)
1990	210		
1991	240	680	226.67
1992	230	690	230
1993	220	710	236.67
1994	260	730	243.33
1995	250	740	246.67
1996	230	700	233.33
1997	220	730	243.33
1998	280		



90 91 92 93 94 95 96 97 98

س واجب الجدول التالي يبين انتاج البيض في احدى محطات الدواجن عن الفترة من 1991-2000 بالمليون بيضة

المطلوب : رسم خط الاتجاه العام بطريقة المتوسطات المتحركة

الانتاج السنوي : 16.2 , 15.2 , 15.1 , 16.8 , 12.9 , 13.8 , 16.1 , 20.4 , 17.8  
السنوات : 1991 1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998 1999 2000

### طريقة المربعات الصغرى

تعتبر هذه الطريقة من ادق طرق تعيين خط الاتجاه العام

$$Y_i = a + b E$$

حيث ان a و b قيمتان ثابتتان

وان b تمثل :

$$\sum y_i E_i - n \bar{Y} \bar{E}$$

$$b = \frac{\sum y_i E_i - n \bar{Y} \bar{E}}{\sum E_i^2 - n \bar{E}^2}$$

$$\sum E_i^2 - n \bar{E}^2$$

و a تمثل

$$a = \bar{Y} - b \bar{E}$$

$$\bar{E} = \sum E_i / n \text{ و } \bar{Y} = \sum y_i / n$$

مثال : الجدول الاتي يبين قيم المبيعات الفعلية (بالملايين ) لأحد المصانع ولل سنوات 96-98 ولل مواسم الاتية:

المبيعات  $y_i$  280 , 220 , 230 , 250 , 260 , 220 , 230 , 240 , 210

المواسم  $E_i$  9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 ,

المطلوب : استخراج معادلة خط الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى ثم قدر قيمة المبيعات للسنوات 1991 و 2000



Ei	yi	yi Ei	Ei <sup>2</sup>
1	210	210	1
2	240	480	4
3	230	690	9
4	220	880	16
5	260	1300	25
6	250	1500	36
7	230	1610	49
8	220	1760	64
9	280	2520	81
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
45	2140	10950	285

ثم نجد  $\bar{Y}$  و  $\bar{E}$  اي الوسط الحسابي للمبيعات  $y_i$  وللمواسم  $E_i$

$$\bar{E} = \sum E_i / n = 45 / 9 = 5$$

$$\bar{Y} = \sum Y_i / n = 2140 / 9 = 237.78$$

$$\sum Y_i E_i - n \bar{E} \bar{Y}$$

$$b = \frac{\sum Y_i E_i - n \bar{E} \bar{Y}}{\sum E_i^2 - n \bar{E}^2}$$

$$\sum E_i^2 - n \bar{E}^2$$

$$10950 - (9)(5)(237.78)$$

$$= \frac{10950 - (9)(5)(237.78)}{285 - 9(5)^2}$$

$$285 - 9(5)^2$$

350

$$b = \frac{350}{60} = 4.17$$

60

$$a = \bar{Y} - b\bar{E}$$

$$= 237.78 - (4.17)(5)$$

$$= 216.93$$

$$Y = a + b E_i$$

$$= 216.93 + 4.17(E)$$

ويمكن الاستفادة من معادلة خط الاتجاه العام للتنبؤ بقيم المبيعات لكل ثلاثة اشهر من عام 1999 و2000 وذلك بالتعويض عن قيمة  $E_i$  في معادلة خط الاتجاه العام وكما يلي :

السنة	$E_i$	
1990	10	$y = a + bE_i$
	11	$= 216.93 + 4.17(10) = 258.63$
	12	$y = 216.93 + 4.17(11) = 262.8$
2000	13	
	14	وهكذا لبقية المواسم كما يمكن التعويض
	15	عن $E_i$ بالاشهر او بالسنوات

سؤال واجب : -البيانات التالية تمثل الادخارات في احد المصارف مقدرة بالملايين المطلوب/ اوجد معادلة خط الاتجاه العام باستخدام طريقة المربعات الصغرى ثم قدر لعام 1990

81	78	69	77	60	55	46	31	المدخرات $y_1$
1989	1988	1987	1986	1985	1984	1983	1982	السنوات E

### الاسبوع الثالث والعشرين الأرقام القياسية / مفهومها ، واستخدامها

#### الأرقام القياسية Index number

ان دراسة الأرقام القياسية على جانب كبير من الأهمية لجميع الباحثين في المجالات الاقتصادية والاجتماعية والتجارية فالرقم القياسي يشير الى الانخفاض والارتفاع الذي يطرأ على الظاهرة موضوعة البحث وبواسطة الرقم القياسي يتمكن الباحث الاقتصادي ان يعطي رأيه في ارتفاع وانخفاض مستوى المعيشة في قطر من الاقطار او مدينة من المدن خلال فترة معينة من الزمن . كذلك يتمكن هذا الباحث عند وقوفه على التغير الحقيقي في الحالة الاقتصادية ان يضع سياسة اقتصادية انمائية مرنة من واقع التغيرات التي توصفها هذه الأرقام .

وعن طريق دراسة الأرقام القياسية للأجور مثلا يتمكن الباحث من ان يقف على الظروف الاجتماعية والاقتصادية للعمال في الصناعات المختلفة في السنوات المختلفة واثار التحسينات في وسائل الانتاج وتخفيض ساعات العمل وغير ذلك مما يتعلق بالأجور ومستواها.

**الرقم القياسي :** هو قياس احصائي يبين التغير في قيمة ظاهرة معينة او مجموعة من الظواهر ذات العلاقة بالنسبة الى قيمتها في زمان او مكان معين .

**فترة الأساس :** هي الفترة التي تنسب اليها عادة اسعار وكميات الفترات الاخرى وهذه الفترة قد تكون شهرا او سنة او غيرها ولكن الشائع ان تكون سنة واحدة وتسمى ( سنة الأساس ) كما يشترط ان تكون سنة طبيعية خالية من الشذوذ كالحروب والازمات او الكوارث.

**فترة المقارنة :** هي الفترة التي تنسب اسعارها او كمياتها الى اسعار او كميات فترة الأساس .

انواع الأرقام القياسية المستخدمة في التحليل الاحصائي :

اولا : الأرقام القياسية البسيطة Simple index number

ثانيا : الأرقام القياسية المرجحة Wergted index number

تكوين الأرقام القياسية : من الممكن ايجاد ارقام قياسية لاية ظاهرة لغرض مقارنة قيمتها بين فترة واخرى . فمثلا نستطيع عمل رقم قياسي للانتاج وكذلك للصادرات والواردات والأجور وغير ذلك ولكن من الأرقام القياسية الأكثر شيوعا المهمة والأكثر شيوعا هي الأرقام القياسية للأسعار.

## الاسبوع الرابع والعشرين

### اولا : الارقام القياسية البسيطة Simple index number

يحسب الرقم القياسي البسيط للاسعار بموجب هذه الطريقة بايجاد الوسط الحسابي للاسعار خلال سنتي الاساس والمقارنة ثم ننسب الوسط الحسابي للاسعار لسنة المقارنة الى الوسط الحسابي لسنة الاساس ونضرب الناتج \*100 للحصول على نسبة مئوية .

مجموع الاسعار في سنة المقارنة

الوسط الحسابي للاسعار في سنة المقارنة = -----

عدد الاسعار

$$\bar{P}_i = \sum P_i / n$$

حيث ان  $P_i$  هي اسعار سنة المقارنة

مجموع الاسعار في سنة الاساس

اما الوسط الحسابي للاسعار في سنة الاساس = -----

عدد الاسعار

$$\bar{P}_o = \sum P_o / n$$

حيث ان  $P_o$  هي اسعار سنة الاساس

الوسط الحسابي للاسعار في سنة المقارنة

وعليه فان الرقم القياسي =  $100 * \frac{\bar{P}_i}{\bar{P}_o}$

الوسط الحسابي للاسعار في سنة الاساس

$$\sum P_i / n$$

$$P.I = \frac{\sum P_i / n}{\sum P_o / n} * 100$$

$$\sum P_o / n$$

وعليه فان الرقم القياسي للاسعار يأخذ الصيغة الآتية :

$$P.I = \frac{\sum P_i}{\sum P_o} * 100$$

مثال (١)

الجدول الاتي يبين اسعار بعض السلع في سنتي (1969) ( 1993 )  
المطلوب : ايجاد الرقم القياسي البسيط للاسعار لسنة 1993 علما بان 1969 هي سنة الاساس

السلعة	السعر	
	1993	1969
قمح	4000	600
سكر	700	30
لحم	<u>320</u>	<u>32</u>
	4390	662

$$P.I = \frac{\sum P_i}{\sum P_o} * 100 = \frac{4390}{660} * 100 = 663\%$$

اي ان الاسعار ارتفعت بمقدار 663 دينار عما كانت عليه في سنة الاساس 1969

### استخدام الرقم القياسي البسيط للمقارنة بين كميات السلع وقيمتها

يستخدم الرقم القياسي البسيط في حالة المقارنة بين كميات السلع وذلك بقسمة كمية السلعة في سنة المقارنة  $q_i$  على كمية السلعة في سنة الاساس  $q_o$  وضرب الناتج \*100

اي ان الرقم القياسي البسيط للكمية يأخذ الصيغة الاتية :

$$q_i$$

$$Q.I = \frac{\quad}{q_0} * 100$$

q<sub>0</sub>

اما اذا توفرت بيانات عن سعر السلعة والكمية المباعة او المنتجة في سنتي الاساس والمقارنة  
فيمكننا استخراج الرقم القياسي لقيمة الانتاج وذلك بقسمة قيمة السلعة في سنة المقارنة على  
قيمتها في سنة الاساس وضرب الناتج \* 100

ملاحظة : القيمة = الكمية\*السعر ويرمز للقيمة بـ V وعليه فان  $V = q * p$

وعليه فان الرقم القياسي للقيمة ياخذ الصيغة الآتية :

$P_i q_i$

$$V.I = \frac{\quad}{P_0 q_0}$$

P<sub>0</sub> q<sub>0</sub>

$P_i q_i$  القيمة في سنة المقارنة و  $P_0 q_0$  هي القيمة في سنة الاساس

مثال :

اذا كانت الكمية المباعة من احدى السلع في سنة 1991 (150) وحدة بسعر (20) دينار للوحدة  
، وقد ارتفعت الكمية المباعة من هذه السلعة في سنة 1997 الى (250) وحدة وبسعر (22)  
دينار للوحدة .

المطلوب : احسب أ- الرقم القياسي البسيط لسعر السلعة عام 1997 باعتبار ان سنة 1991 هي  
سنة الاساس

ب - الرقم القياسي البسيط لكمية الانتاج لعام 1997 باعتبار ان سنة 1991  
هي سنة الاساس

ج - الرقم القياسي البسيط للقيمة لعام 1997

الحل :

أ- نحسب الرقم القياسي البسيط للاسعار لعام 1991

$$P.I = \frac{P_{97}}{P_{91}} * 100 = \frac{22}{20} * 100 = 110\%$$

بمعنى ان السعر ارتفع بنسبة 10% لعام 1997 مقارنة بسنة الاساس

ب- الرقم القياسي البسيط لكمية الانتاج

$$q_{97} = \frac{250}{150} * 100 = 166.67\%$$

$$Q.I = \frac{150}{qo_{91}} * 100 = 166.67\%$$

بمعنى ان الكمية المنتجة ارتفعت بنسبة 66.67% لعام 1997

ج- الرقم الفياسي البسيط للقيمة

$$Pi_{97} \quad 22 (250) \quad 5500$$

$$V.I = \frac{5500}{Po_{91}} * 100 = 183.3\%$$

$$Po_{91} \quad 20 (150) \quad 3000$$

كما يمكن استخراج نفس النتيجة بقسمة حاصل ضرب الرقمين القياسيين للسعر والكمية المستخرجة سابقا على 100

$$110 * 166.67$$

$$V.I = \frac{110 * 166.67}{100} = 183.3\%$$

$$100$$

## الاسبوع الخامس والعشرين والسادس والعشرين

حساب الارقام القياسية المرجحة ، رقم لاسبير ، رقم باش ، رقم فيشر (الامتثل)

الارقام القياسية المرجحة :

ان مايعاب على الارقام القياسية البسيطة كونها تعطي اهمية متساوية للسلع المختلفة لدى استخراج ارقامها القياسية .اي انها تعطي صورة غير دقيقة للتغيرات الحاصلة في مستويات الاسعار او الكميات وغيرها .

لذلك نلجأ الى استخدام الارقام القياسية المرجحة اي التي تعطي لكل سلعة الوزن الحقيقي الخاص باهميتها وذلك من خلال ترجيح الاسعار وحيث يوجد لدينا نوعية من الاسعار ( اسعار سنة الاساس واسعار سنة المقارنة ) كذلك نوعين من الكميات ( كميات سنة الاساس وكميات سنة المقارنة ) لذلك يمكن ان نحصل على ثلاثة انواع من الارقام القياسية المرجحة تعرف باسماء العلماء الذين توصلوا اليها وهي :-

١- رقم لاسبير Laspeyres

٢- رقم باش Paasche

### ٣- رقم فيشر Fisher (الامتثل)

١- رقم لاسبير : يعتمد على التوزيع بكميات سنة الاساس

مجموع اسعار سنة المقارنة \*كميات سنة الاساس

$$\text{رقم لاسبير} = \frac{\text{مجموع اسعار سنة المقارنة} \times \text{كميات سنة الاساس}}{100^*}$$

مجموع اسعار سنة الاساس \*كميات سنة الاساس

$$\text{اي ان رقم لاسبير} = \frac{\sum P_i q_o}{\sum P_o q_o}$$

$$P.I(Las) = \frac{\sum P_i q_o}{\sum P_o q_o} * 100$$

$$\sum P_o q_o$$

مثال (١)

الجدول الاتي يبين كميات السلع واسعارها في سنتين 1939 ، 1957

المطلوب : ايجاد الرقم القياسي للاسعار في سنة 1957 بتعتبر ان سنة 1939 هي سنة الاساس بطريقة لاسبير

الكمية		السعر		نوع السلعة
1957	1939	1957	1939	
24	18	4	2	قمح
12	6	9	4	باقلاء
32	20	3	1	ذرة
400	250	3	1	رز

الحل : نضرب اسعار سنة المقارنة \*كميات سنة الاساس ثم نجمع حاصل الضرب

نضرب اسعار سنة الاساس \*كميات سنة الاساس ثم نجمع حاصل الضرب

$$P_{i57} q_{o39} \quad p_{o39} q_{o39}$$

$$4 \times 18 = 72 \quad 2 \times 18 = 36$$

$$9 \times 6 = 54 \quad 4 \times 6 = 24$$

$$3 \times 20 = 60 \quad 1 \times 20 = 20$$



$$250 \times 3 = 750 \quad 1 \times 250 = 250$$

$$936 \quad 330$$

$$P.I(Las) = \frac{\sum P_i q_o}{\sum p_o q_o} \times 100 = \frac{936}{330} \times 100 = 284\%$$

يلاحظ ان هذا الرقم القياسي يمكن استخراجه في حالة عدم توفر البيانات الخاصة بكميات سنة المقارنة (لانه يعتمد على كميات سنة الاساس )

## ٢- رقم باش (الترجيح بكميات سنة المقارنة)

مجموع اسعار سنة المقارنة \* كميات سنة المقارنة

$$100 \times \frac{\text{الرقم القياسي لباش}}{\text{مجموع اسعار سنة الاساس * كميات سنة المقارنة}}$$

ويأخذ الرقم القياسي لباش الصيغة الآتية:

$$P.I(paa) = \frac{\sum P_i q_i}{\sum P_o q_o} \times 100$$

حل المثال (١)

الجدول الآتي يبين كميات السلع واسعارها في سنتين 1939 ، 1957

المطلوب : ايجاد الرقم القياسي للاسعار في سنة 1957 باعتبار ان سنة 1939 هي سنة الاساس بطريقة باش

الكمية		السعر		نوع السلعة
1957	1939	1957	1939	
24	18	4	2	قمح
12	6	9	4	باقلاء
32	20	3	1	ذرة
400	250	3	1	رز

نضرب الاسعار في سنة المقارنة \* كميات سنة المقارنة ونجمع حاصل الضرب

نضرب اسعار سنة الاساس \* كميات سنة المقارنة ونجمع حاصل الضرب

$$P_{i57} q_{i57}$$

$$P_{o39} q_{i57}$$

$$24 \times 4 = 96$$

$$2 \times 24 = 48$$

$$12 \times 9 = 108$$

$$12 \times 4 = 48$$

$$32 \times 3 = 96$$

$$32 \times 1 = 32$$

$$400 \times 3 = \underline{1200}$$

$$400 \times 1 = \underline{400}$$

$$1500$$

$$528$$

$$P.I(paa) = \sum p_i q_i / \sum p_o q_i \times 100 = 1500 / 528 \times 100 = 284\%$$

### ٣- الرقم القياسي الامثل

ويسمى بمعادلة فيشر وبموجب هذه المعادلة يمكن احتساب الرقم القياسي للاسعار من الجذر التربيعي لحاصل ضرب الناتج من معادلة باش \* الرقم القياسي الناتج من معادلة لاسبير

وعليه فان الرقم القياسي الامثل =

$$P.I(fis) = \sqrt{\left[ \frac{\sum p_i q_o}{\sum p_o q_o} \right] \left[ \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_o q_i} \right]} \times 100$$

وبالرجوع الى المثال السابق لـ لاسبير وباش فان الرقم القياسي لـ فيشر يساوي

$$P.I(fis) = \sqrt{\left[ \frac{\sum P_i q_o}{\sum p_o q_o} \right] \left[ \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_o q_i} \right]} \times 100$$

$$P.I(fis) = \sqrt{\left[ \frac{936}{330} \right] \left[ \frac{1500}{528} \right]} \times 100$$

$$P.I(fis) = \sqrt{2.84 \times 2.84} \times 100 = 284\%$$

مثال (٢)

الجدول الاتي يبين الاسعار والكميات المقابلة لها

البيانات السلعة	Po اسعار اساس	Pi اسعار مقارنة	qo كميات اساس	qi كميات مقارنة
1	4	10	20	25
2	2	5	40	30
3	6	9	15	20
4	8	15	10	15

المطلوب : أ- رقم لاسبير القياسي ب- رقم باش القياسي ج- رقم فيشر القياسي (الامتثل)  
الحل :

رقم لاسبير	<u>po qo</u>	<u>pi qo</u>
	80	200
	80	200
	90	135
	<u>80</u>	<u>120</u>
	330	655

$$P.I(Las) = \sum P_i q_o / \sum P_o q_o * 100 = 655/330 * 100$$

$$P.I(Las) = 198\%$$

ب- رقم باش	<u>Po qi</u>	<u>Pi qi</u>
	100	250
	60	150
	120	180
	<u>120</u>	<u>225</u>
	400	805

$$P.I(paa) = \sum P_i q_i / \sum P_o q_i * 100 = 805 / 400 * 100$$

$$P.I(paa) = 201\%$$

ج- رقم فيشر

$$P.I(fis) = \sqrt{1.98 * 2.01} * 100$$

$$P.I(fis) = 199.618\%$$

## الاسبوع السابع والعشرين والثامن والعشرين والتاسع والعشرين والثلاثين

### بعض المواضيع التطبيقية

بعد دراستنا لمراحل الطريقة الاحصائية والمام الطالب ببعض المراحل الاساسية أعتقد ان من الضروري ان نطلع على بعض المواضيع التطبيقية التي تعالج بعض النواحي الاقتصادية والاجتماعية وغيرها ، والمواد التطبيقية كثيرة ومتشعبة فهناك الاحصاءات الحيوية والتجارية والصناعية والزراعية واحصاءات الدخل القومي والخ ....

#### الاحصاءات الحيوية :

الاحصاءات الحيوية هي الاحصاءات التي تبحث وتحلل المظاهر المختلفة لحياة الانسان منذ ولادته الى وفاته . فهي تهتم بالولادات والوفيات والزواج والطلاق والامراض والعاهات والحرف والصناعات والهجرة . وهكذا نرى أهمية هذا النوع من الدراسة للباحث الاقتصادي والاجتماعي .

#### تعداد السكان

اهتمت الدول قديما بمعرفة عدد السكان وذلك لتقدير قوتها البشرية في الحروب وكذلك لجباية الضرائب . وكانت عملية العد تجري بطرق غير علمية وبتواريخ غير محددة . وفي الوقت الحاضر تطور اسلوب تعداد السكان واصبح يجري بفترات منتظمة ويشمل عد جميع سكان البلد في فترة معينة وبأساليب احصائية حديثة . وترمي عملية التعداد في الوقت الحاضر الى التعرف على الصفات المختلفة للسكان وتوزيع السكان جغرافيا ، توزيع السكان حسب العمر والنوع ، الحالة المدنية والعلمية والدينية ، توزيع السكان حسب الحرف وغير ذلك من الاوصاف التي تساعد على اعطاء صورة واضحة عن احوال السكان الاجتماعية والاقتصادية وهذه الصورة تساعد المسؤولين على وضع تخطيط سليم شامل . ونظرا لاهمية احصاء السكان لبرامج التخطيط ، فقد فكرت بعض الدول في جعل عملية تعداد السكان تجري بفترات قصيرة (كل خمس سنوات مثلا ) الا ان العمل المرهق والوقت والمال اللازم لاجراء التعداد تحول دون تقصير فترة التعداد .

وفي العراق يجري التعداد كل عشر سنوات ، فقد قامت الحكومة العراقية باجراء تسجيل عام لسكان العراق لمعرفة حالة السكان في سنة ١٩٧٧ وقد سبق ان قامت الحكومة العراقية بعدة

تسجيلات عامة قبل هذا التسجيل الاخير . وذلك في السنوات ١٩٢٧ - ١٩٣٤ - ١٩٤٧ .  
١٩٥٧- ١٩٦٥ . أما تعداد ١٩٢٧ فلم يكن سوى محاولة فاشلة فلم تمضي بضعة شهور حتى  
تبين للحكومة فشل العملية فألغتها . اما تسجيل ١٩٣٤ فقد اتبع نظام تعيين لجان استقرت في  
الاماكن على ان يستدعي المختار رؤساء العائلات للدلاء بالبيانات المطلوبة وقد شمل هذا  
التسجيل جميع انحاء العراق وكان الغرض منه مركزا لخدمة أغراض التجنيد والانتخابات ،  
وقد استعمل اساسا لمنح ( دفتر الجنسية ) التي استبدلت فيما بعد بدفاتر النفوس للاستعمالها  
كمستند رسمي . أما تسجيل عام ١٩٤٧ فيعتبر اول تسجيل جرى بواسطة العدادين والهيئات  
حيث قاموا بزيارة المساكن لاستقاء المعلومات المطلوبة . وقد شملت عملية التسجيل جميع  
انحاء العراق في المدن والقصبات في يوم واحد . اما في القرى والارياف فقد بدأت  
قبل يوم التسجيل وانتهت في نفس يوم التسجيل . ولم تنجح العملية في القرى والارياف نجاحها  
في في المدن والقصبات . وقد خلف عدد كبير من السكان عن التسجيل وقد تبين ذلك عام  
١٩٥٧ . حيث كان التسجيل عام ١٩٥٧ اكثر دقة وشمولا . اما التسجيل في عام ١٩٦٥ فقد  
كان من المفروض ان يجري عام ١٩٦٧ لكن لضرورة الاعداد للانتخابات فقد قدم موعد التعداد  
وامتاز هذا التعداد عن التعدادات السابقة بكون الاستمارة احتوت على اسئلة اكثر فقد اضيفت  
الى الاستمارة اسئلة تتعلق بالحرف والقومية والخدمة العسكرية وغيرها . وهناك طريقتان  
للتعداد .

#### ١- التعداد الفعلي

وفي هذه الطريقة تعلن الدولة منع التجول ويحصر السكان كما هم في الواقع وقت التعداد ، ففي  
كل محل (بيت ، فندق ... الخ ) يعتبر جميع الاشخاص الموجودين فيه ساعة التعداد من سكان  
البلدة سواء أكانوا زائرين أو من أصل السكان . كما ان أحد أفراد العائلة المتغيب عنها في يوم  
التعداد لا يعد من عائلته بل يعد مع سكان المدينة التي هو فيها . وهذه الطريقة سهلة وقليلة  
الاطء . اذ ان العداد لا يحتاج الى عد كل شخص في أي مكان يوجد فيه الا ان التعداد بهذه  
الطريقة لا يصور الاشياء على حقيقتها ويعطي معلومات غير صحيحة اذا كانت الدولة واسعة  
المساحة . والعراق من الدول التي تستخدم هذه الطريقة .

#### ٢- التعداد النظري

وهو حصر السكان حسب اقامتهم المعتادة . فافراد العائلة المتغيبون عن البيت يحسبون مع  
عائلاتهم ولا يعدون مع سكان المدن الاخرى التي هم فيها وقت التعداد . وهذه الطريقة صعبة  
من الناحية العملية اذ تتطلب وضع أسئلة اضافية في استمارة التعداد لمعرفة محل الإقامة  
الحقيقية لكل شخص فيحصل الالتباس الذي يؤدي الى تسرب أخطاء كبيرة ولأجل ان يكون  
التعداد دقيقا يجب تهيئة جهاز منظم من العدادين والفنيين كما ان درجة ثقافة الشعب تؤثر في  
ذلك . ومن الدول التي تطبق هذه الطريقة الولايات المتحدة والمانيا .

والتعداد يجري عن طريق طبع استمارات وتوزيعها على العائلات والمحلات لمثلها من قبلهم أو  
بواسطة العدادين . وتعتبر البيانات الموجودة في الاستمارات سرية يعاقب من يشي بها  
ويستعملها لغير أغراضها الاحصائية .

## تقدير عدد السكان :

تحتاج برامج التخطيط للدولة الى معرفة عدد السكان سنويا ولا يمكن معرفته بواسطة التعداد العام الذي يجري مرة واحدة كل عشر سنوات بسبب صعوبة العمل والتكاليف الكثيرة لذلك تلجأ الى عمل تقديرات سنوية بعدد السكان وهناك ثلاث طرق لتقدير عدد السكان وهي (١) الزيادة الطبيعية (٢) المتوالية العددية (٣) المتوالية الهندسية .

### أولا : الزيادة الطبيعية

وهذه الطريقة مبنية على اساس أنه اذا عرف التعداد لسنة ١٩٥٧ مثلا وأريد معرفة عدد السكان التقديري للسنة ١٩٥٨ فيجب ان تعرف عدد كل من المواليد والوفيات والداخلين والراجلين عنه في الفترة من نهاية ١٩٥٧ حتى نهاية ١٩٥٨ .

والزيادة الطبيعية للسكان = عدد المواليد + عدد المهاجرين للداخل - (عدد الوفيات + عدد المهاجرين للخارج )

ويمكن استخدام هذا المقياس لتقدير السكان في أي وقت اذا ضبطت احصاءات الهجرة وكان تسجيل المواليد والوفيات دقيقا .

### ثانيا : المتوالية العددية

في حالة التقدير بطريقة المتوالية العددية يجب أن يكون معروفا لدينا تعدادان سابقان للتقدير وذلك لاستخراج الاساس d اي اننا نطبق صيغة الحد الاخير L

$$L = A + (n-1) d$$

تطبق هذه الصيغة مرتين في المرة الاولى يكون

$$L_1 = \text{التعداد الاخير قبل سنة التقدير}$$

A التعداد السابق له

$$N_1 = (\text{عدد السنين بين التعدادين} + 1)$$

d = الزيادة السنوية للسكان . وفي المرة الثانية يكون

$$L_2 = \text{عدد النفوس في سنة التقدير للتعداد الاخير}$$

$$N = (\text{عدد السنين بين سنة التقدير والتعداد الاخير} + 1)$$

A<sub>2</sub> التعداد الاخير .

### ثالثا : المتوالية الهندسية

في حالة التقدير بطريقة المتوالية الهندسية نطبق القانون

$$L = A * R^{n-1}$$

يطبق هذا القانون مرتين في المرة الاولى لاستخراج قيمة R معدل الزيادة السنوية للسكان ,  $L_1$  ,  $A_1$  كتعدادين الاخير والذي قبله ،  $n_1$  ( عدد السنين بين التعدادين + ١ ) ، ويطبق القانون مرة ثانية لاستخراج عدد السكان في سنة التقدير حيث

$L_2$  عدد السكان في سنة التقدير

$A_2$  التعداد الاخير

$N_2$  عدد السنين بين سنة التقدير والتعداد الاخير .

مثال :

كان تعداد سكان العراق 4816185 نسمة سنة ١٩٤٧ وفي سنة ١٩٥٧ كان التعداد 6339960 والمطلوب تقدير عدد السكان سنة ١٩٦٤ باستخدام :

أولا : المتوالية العددية

ثانيا : المتوالية الهندسية

الحل : بطريقة المتوالية العددية

$$L_1 = A + (n-1)d$$

$$6339960 = 4816185 + (11-1) d$$

$$d = 633990 - 4816185 / 10 = 152378 \text{ الزيادة السنوية}$$

$$L_2 = 6339960 + (8-1) * 152378$$

$$L = 6339960 + 1066346 = 7406306 \text{ نسمة عدد السكان سنة ١٩٦٤}$$

الحل : بطريقة المتوالية الهندسية

$$L_1 = A * R^{n1-1}$$

$$6339960 = 4816185 * R^{11*1}$$

$$R = (6339960 / 4816185)^{1/10}$$

$$\text{Log } R = 1/10 ( \text{Log } 6339960 - \text{Log } 4816185)$$

$$\text{Log } R = 1/10 (6.8021 - 6.6826)$$

$$\text{Log} R = 0.01195$$

ونقف الى هذه المرحلة بدون ان نجد العدد المقابل لاننا نحتاج لو R في الخطوة التالية

$$L_2 = \text{عدد السكان في سنة } ١٩٦٤$$

$$L_2 = 6339960 * R^{8-1}$$

$$\text{Log } L_2 = \text{Log } 6339960 + 7 * \text{Log } R$$

$$\text{Log } L_2 = 6.8021 + 0.01195$$

$$\text{حيث } \text{Log } R = 0.01195 \text{ من السابق}$$

$$\text{Log } L_2 = 6.8021 + 0.08365 = 6.88575$$

$$\text{Log } L_2 = 7688000 \text{ عدد نفوس العراق سنة } ١٩٦٤ .$$