

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

هيئة التعليم التقني

معهد الادارة التقني

مادة الرياضيات

لطلبة المرحلة الاولى اقسام أنظمة الحاسبات

في معاهد هيئة التعليم التقني

# المعادلات التفاضلية

الوحدة النمطية الثالثة

(٣)

اعداد وتصميم

وفاء كامل ابراهيم ال طه

## النظرة الشاملة

## الفئة المستهدفة

طلبة المرحلة الاولى/قسم أنظمة الحاسوب /معهد الادارة التقني

## المبررات

صممت هذه الوحدة النطية لتمكين الطالب من التعرف على المعادلات التفاضلية – انواع المعادلات التفاضلية – طرق حل المعادلات التفاضلية – طريقة فصل المتغيرات – المتجانسة

## الفكرة المركزية

- المعادلات التفاضلية .
- انواع المعادلات التفاضلية .
- درجة ورتبة المعادلات التفاضلية.
- طرق حل المعادلات التفاضلية.
- فصل المتغيرات.
- المتجانسة .

## التعليمات

- ادرس محتويات الوحدة النمطية جيدا
- تعرف على اهداف الوحدة النمطية جيدا
- اد الاختبار بشكل جيد
- لاتحاول الاطلاع على مفاتيح الاجابة على الاختبار الا بعد تاديتها
- قم باداء الاختبار القبلي
- يحتوي الاختبار القبلي على ثلاث فقرات اختبارية
- اذا حصلت على (٢) درجة فاكتر فانت تحتاج الى دراسة هذه الوحدة النمطية
- اذا حصلت على (٢) درجة فاقل فانت لاتحتاج الى الاستمرار في دراسة هذه الوحدة النمطية
- بعد دراستك للوحدة النمطية قم باداء لاختبار البعدي
- اذا حصلت على (٢) درجة فاكتر فانتقل الى دراسة الوحدة النمطية التالية
- اذا حصلت على (٢) درجة فاقل فاننا نعلمك بحاجتك لدراسة هذه الوحدة النمطية

## الاهداف الادائية

سيكون الطالب بعد انتهائه من دراسة هذه الوحدة النمطية قادرا على ان:

- يتعرف على المعادلات التفاضلية
- يحدد انواع المعادلات التفاضلية
- يحدد درجة ورتبة المعادلة التفاضلية
- يطلع على طرق حل المعادلات التفاضلية
- يتعرف على طريقة فصل المتغيرات
- يتعرف على حل المعادلات المتجانسة

### الاختبار القبلي

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما ياتي:

١- تعرف رتبة المعادلة التفاضلية بانها:

أ- رتبة ادنى مشتقة فيها.

ب- رتبة اعلى مشتقة فيها.

٢- تحدد درجة المعادلة التفاضلية بانها:

أ- اصغر أس مرفوع له اعلى مشتق في المعادلة التفاضلية

ب- اكبر أس مرفوع له اصغر مشتقة في المعادلة الفاضلية

ج- اكبر أس مرفوع له اعلى مشتقة في المعادلة التفاضلية

٣- المعادلة التفاضلية

أ- من الدرجة الاولى والرتبة الثانية

ب- من الرتبة الاولى والدرجة الثانية

ج- من الرتبة الثانية والدرجة الثانية

### ملاحظة

- لكل سؤال درجة واحدة
- اذا حصلت على (٢) درجة فاكتر فانت لاحتاج الى دراسة هذه الوحدة النمطية .انتقل الى الوحدة النمطية التالية.
- اذا حصلت على (٢) درجة فاقل فانت تحتاج الى دراسة هذه الوحدة النمطية
- تحقق من سلامة اجابتك بمراجعة صغة ( مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية الوحدة النمطية.

## عرض الوحدة النمطية

### المعادلات التفاضلية / Differential equations

- تقسم المعادلات التفاضلية الى نوعين:
  - ١- المعادلات التفاضلية الاعتيادية.
  - ٢- المعادلات التفاضلية الجزئية.
- المعادلات التفاضلية الاعتيادية.
- وهي علاقة بين متغير و مستقل وليكن (x) ودالته غير معروفه (y) وبعض مشتقات y بالنسبة لـ x

### ■ رتبة المعادلة التفاضلية / Order of different equation

- تعرف رتبة المعادلة التفاضلية بانها رتبة اعلى مشتقه فيها

Ex:-

١)  $(y')^2 - xy = 0$   
معادلة تفاضلية من الرتبة الاولى

٢)  $y'' + e^x + 3 = 0$   
معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية

٣)  $\frac{d^4y}{dx^4} - \sin(y) + xy \frac{dy}{dx} = 0$   
معادلة تفاضلية من الرتبة الرابعة

## ■ درجة المعادلة التفاضلية

### Degree of differential equation

- نقصد بدرجة المعادلة التفاضلية وهي اكبر اس مرفوع له اعلى مشتقة في المعادلة التفاضلية

Ex: Find the degree of the following differential equations:

1.  $(y')^2 - xy = 0$  درجة ثانية

2.  $y^5 + e^x + 3 = 0$  درجة اولى

3.  $\frac{d^4y}{dx^4} - \sin + x \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = 0$  درجة اولى  
المرتبة  $\left( \frac{d^4y}{dx^4} \right)^3$  الدرجة

Ex: Find the order and degree for the following differential equations:-

1.  $\ddot{y} = 3x$  المرتبة الاولى - الدرجة الاولى

2.  $\ddot{y} = e^{2x}$  المرتبة الاولى - الدرجة الاولى

3.  $(\ddot{y})^2 = x^2$  المرتبة الثانية - الدرجة الثانية

4.  $y \frac{d^3y}{dx^3} + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = 0$  المرتبة الثالثة - الدرجة الاولى

5.  $\frac{d^4y}{dx^4} = \sqrt{\frac{dy}{dx}}$  المرتبة الرابعة - الدرجة الاولى

6.  $\left( \frac{d^5y}{dx^5} \right)^3 + 2 \left( \frac{d^3y}{dx^3} \right)^5 - \frac{d^2y}{dx^2} = 0$  المرتبة الخامسة - الدرجة الثالثة

7.  $\left( \frac{dy}{dx} \right)^6 - \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)^5 = 10$



## حل المعادلات التفاضلية الاعتيادية من الرتبة الاولى والدرجة الاولى :-

- ١- طريقة فصل المتغيرات :- ان هذا النوع من ابسط الانواع ويمكن كتابته على الصورة الاتية :-

$$f(x)dx + h(y)dy = 0$$
 ويمكن حلها بإجراء التكامل المباشر

Ex: Solve the following differential equation

$$x(y^2+1)dx + (x^2+1)ydy = 0$$

Sol. نقسم طرفي المعادلة على  $(y^2+1)(x^2+1)$

$$\frac{x}{x^2+1}dx + \frac{y}{y^2+1}dy = 0$$

نأخذ التكامل لطرفي المعادلة

$$\int \frac{x}{x^2+1}dx + \int \frac{y}{y^2+1}dy = 0$$

$$\int \frac{2x}{x^2+1}dx + \int \frac{2y}{y^2+1}dy = 0$$

$$\ln(x^2+1) + \ln(y^2+1) = C$$

Ex Solve the following differential equation

$$x^2(y^3+1)dx + (x^3+1)y^2dy = 0$$

نقسم طرفي المعادلة على  $(y^3+1)(x^3+1)$

$$\frac{x^2}{x^3+1}dx + \frac{y^2}{y^3+1}dy = 0$$

$$\frac{1}{3}\ln(x^3+1) + \frac{1}{3}\ln(y^3+1) = C$$



## Homogeneous differential equations

$$Y = vx$$

$$\frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx}$$

Ex: - Solve the following homogeneous differential equation.

$$2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$$

Sol.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2x^2}$$
$$v + x \frac{dv}{dx} = \frac{x^2 + v^2 x^2}{2x^2}$$
$$v + x \frac{dv}{dx} = \frac{x^2(1+v^2)}{2x^2}$$
$$v + x \frac{dv}{dx} = \frac{1+v^2}{2}$$
$$x \frac{dv}{dx} = \frac{1+v^2}{2} - v$$
$$x \frac{dv}{dx} = \frac{1+v^2-2v}{2}$$
$$x \frac{dv}{dx} = \frac{(v-1)^2}{2}$$
$$\frac{x}{dx} = \frac{(v-1)^2}{2 dv}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{-2 dv}{(v-1)^2}$$

$$\frac{1}{x} dx = \frac{2}{(v-1)^2} dv$$

أخذ التكامل لطرفي المعادلة

$$\ln x = \frac{2(v-1)^{-1}}{-1} + C$$

$$\ln x = \frac{-2}{v-1} + C$$

$$(v-1) \ln x = -2 + C$$

$$v-1 = \frac{-2+C}{\ln x}$$

$$v = \frac{-2+C}{\ln x} + 1$$

$$v = \frac{y}{x} \quad \text{نعوض عن}$$

$$\frac{y}{x} = 1 - \frac{2}{\ln x} + C$$

$$y = x - \frac{2x}{\ln x} + C$$

## الاختبار البعدي :-

ضع دائرة حول الحرف الذي يسبق الاجابة الصحيحة لكل مما ياتي :-

١- تعرف رتبة المعادلة التفاضلية بانها :-

أ- رتبة اعلى مشتقة فيها

ب- رتبة ادنى مشتقه فيها

٢- المعادلة التفاضلية  $(y')^2 - xy = 0$  تكون :-

أ- من الدرجة الاولى ومن الرتبة الثانية

ب- من الرتبة الاولى والدرجة الثانية

ج- من الرتبة الثانية والدرجة الثانية

٣- تحدد درجة المعادلة التفاضلية بانها :-

أ- اصغر اس مرفوع له اعلى مشتقة في المعادلة التفاضلية

ب- اكبر اس مرفوع له اصغر مشتقة في المعادلة التفاضلية

ج- اكبر اس مرفوع له اعلى مشتقة في المعادلة التفاضلية

## ملاحظة

- لكل سؤال درجة واحدة
- اذا حصلت على (٢) درجة فاكثرت فانت لاحتاج الى دراسة هذه الوحدة النمطية .انتقل الى الوحدة النمطية التالية.
- اذا حصلت على (٢) درجة فاقبل فانت تحتاج الى دراسة هذه الوحدة النمطية
- تحقق من سلامة اجابتك بمراجعة صغة ( مفاتيح الاجابات على الاختبارات) في نهاية الوحدة النمطية.

## المصادر والمراجع

١- الرياضيات - طرق عددية - تأليف :- د. علي سيفي

سرمد زكو

٢- اسس الرياضيات - تأليف :- د. هادي جابر مصطفى

د. رياض شاكر نعيم

د. نادر جورج منصور

٣- الرياضيات الحديثة- تأليف :- عبد الفتاح الشرقاوي

محمود زناتي

نبيه غبد الغفار

احمد فرغلي

## مفاتيح الاجابات على الاختبارات

الاختبارات البعيدة		الاختبارات القبلية	
أ	١	ب	١
ب	٢	ج	٢
ج	٣	ب	٣